Signe du trinôme $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

On cherche le signe de $ax^2 + bx + c$ selon les valeurs de x.

On cherche le signe de $ax^2 + bx + c$ selon les valeurs de x.

Pour cela, on va utiliser les résultats obtenus précédemment.

On cherche le signe de $ax^2 + bx + c$ selon les valeurs de x.

Pour cela, on va utiliser les résultats obtenus précédemment.

On a trouvé :

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

On cherche le signe de $ax^2 + bx + c$ selon les valeurs de x.

Pour cela, on va utiliser les résultats obtenus précédemment.

On a trouvé :

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Trois cas se présentent, selon le signe de Δ

Premier cas : $\Delta < 0$

Premier cas : $\Delta < 0$

La forme canonique est : $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Premier cas : $\Delta < 0$

La forme canonique est : $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Comme $\Delta < 0$, $-\dfrac{\Delta}{4a^2} > 0$

Premier cas : $\Delta < 0$

La forme canonique est : $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Comme $\Delta < 0$, $-\dfrac{\Delta}{4a^2} > 0$

$\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geqslant 0$

Premier cas : $\Delta < 0$

La forme canonique est : $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Comme $\Delta < 0$, $-\frac{\Delta}{4a^2} > 0$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geqslant 0$

donc $\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] > 0$.

Premier cas : $\Delta < 0$

La forme canonique est : $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Comme $\Delta < 0$, $-\frac{\Delta}{4a^2} > 0$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geqslant 0$

donc $\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] > 0$.

L'expression $ax^2 + bx = c$ est donc du signe de a pour tout x.

Deuxième cas : $\Delta = 0$

Deuxième cas : $\Delta = 0$

Alors : $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$.

Deuxième cas : $\Delta = 0$

Alors : $ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2$.

Pour tout x, $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geqslant 0$ (nulle seulement pour $x = -\dfrac{b}{2a}$).

Deuxième cas : $\Delta = 0$

Alors : $ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2$.

Pour tout x, $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geqslant 0$ (nulle seulement pour $x = -\dfrac{b}{2a}$).

L'expression est donc du signe de a, sauf en $-\dfrac{b}{2a}$, valeur pour laquelle l'expression s'annule.

Troisième cas : $\Delta = 0$

On a vu que $ax^2 + bx + c$ s'annule pour deux valeurs x_1 et x_2

Troisième cas : $\Delta = 0$

On a vu que $ax^2 + bx + c$ s'annule pour deux valeurs x_1 et x_2

Alors : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Troisième cas : $\Delta = 0$

On a vu que $ax^2 + bx + c$ s'annule pour deux valeurs x_1 et x_2

Alors : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Supposons que $x_1 < x_2$ et renseignons un tableau de signes :

Troisième cas : $\Delta = 0$

On a vu que $ax^2 + bx + c$ s'annule pour deux valeurs x_1 et x_2

Alors : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Supposons que $x_1 < x_2$ et renseignons un tableau de signes :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de $x - x_1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $x - x_2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Signe de $a(x - x_1)x - x_2$		$+$	|	$-$	0	$+$	
Signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$		Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a	

Troisième cas : $\Delta = 0$

On a vu que $ax^2 + bx + c$ s'annule pour deux valeurs x_1 et x_2

Alors : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Supposons que $x_1 < x_2$ et renseignons un tableau de signes :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de $x - x_1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $x - x_2$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $a(x - x_1)x - x_2$		$+$		$-$	0	$+$	
Signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$		Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a	

On aurait les mêmes résultats avec $x_2 < x_1$

Conclusion :

$ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur de l'intervalle formé par les racines et du signe opposé à celui de a entre les racines.

Résumé :

Résumé :

$\Delta < 0$	$ax^2 + bx + c$ est du signe de a.

Résumé :

$\Delta < 0$	ax^2+bx+c est du signe de a.
$\Delta = 0$	ax^2+bx+c est du signe de a sauf en $x=-\dfrac{b}{2a}$ où l'expression s'annule.

Résumé :

$\Delta < 0$	$ax^2 + bx + c$ est du signe de a.
$\Delta = 0$	$ax^2 + bx + c$ est du signe de a sauf en $x = -\dfrac{b}{2a}$ où l'expression s'annule.
$\Delta > 0$	$ax^2 + bx + c$ est du signe de a en dehors de l'intervalle formé par les racines et du signe opposé à celui de a entre les racines.