1e ES : correctioncontrôle (équations du second degré)
Sujet A

I

Résoudre les équations suivantes :

a) $3x^2 - 2x - 8 = 0$

$3x^2 - 2x - 8 = ax^2 + bx + c$ avec $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = -8 \end{cases}$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-8) = 4 + 96 = 100 > 0$.

L'équation deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 - \sqrt{100}}{6} = -\dfrac{8}{6} = -\dfrac{4}{3}$ et

$x_2 = \dfrac{2 + 10}{6} = \dfrac{12}{6} = 2$.

L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{4}{3}\,;\,2\right\}}$

b) $9x^2 + 30x + 32 = 0$

$\Delta = 30^2 - 4 \times 9 \times 32 = 900 - 1152 < 0$ donc l'équation 'a pas de solution : $\boxed{\mathscr{S} = \emptyset}$

c) $7x^2 = 36x$

L'équation s'écrit : $7x^2 - 36x = 0$; on factorise d'où $x(7x - 36) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul. On en déduit qu'il y a deux solutions :

$\boxed{\mathscr{S} = \left\{0\,;\,\dfrac{36}{7}\right\}}$

(Ne pas calculer Δ !)

d) $(3x - 8)^2 = -2$

Il est clair qu'il n'y a pas de solution, puisque

$(3x - 8)^2 \geqslant 0$ et $-8 < 0$ donc $\boxed{\mathscr{S} = \emptyset}$

e) $(3x + 7)(2x - 5) = 0$ En appliquant le théorème du produit nul, on trouve :

$\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{7}{3}\,;\,\dfrac{5}{2}\right\}}$

f) $3x^2 - 5x - 7 = 0$ $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 3 \times (-7) = 25 + 84 = 109 > 0$.

L'équation a deux solutions :

$\boxed{\mathscr{S} \left\{\dfrac{5 - \sqrt{109}}{6}\,;\,\dfrac{54 + \sqrt{109}}{6}\right\}}$

II

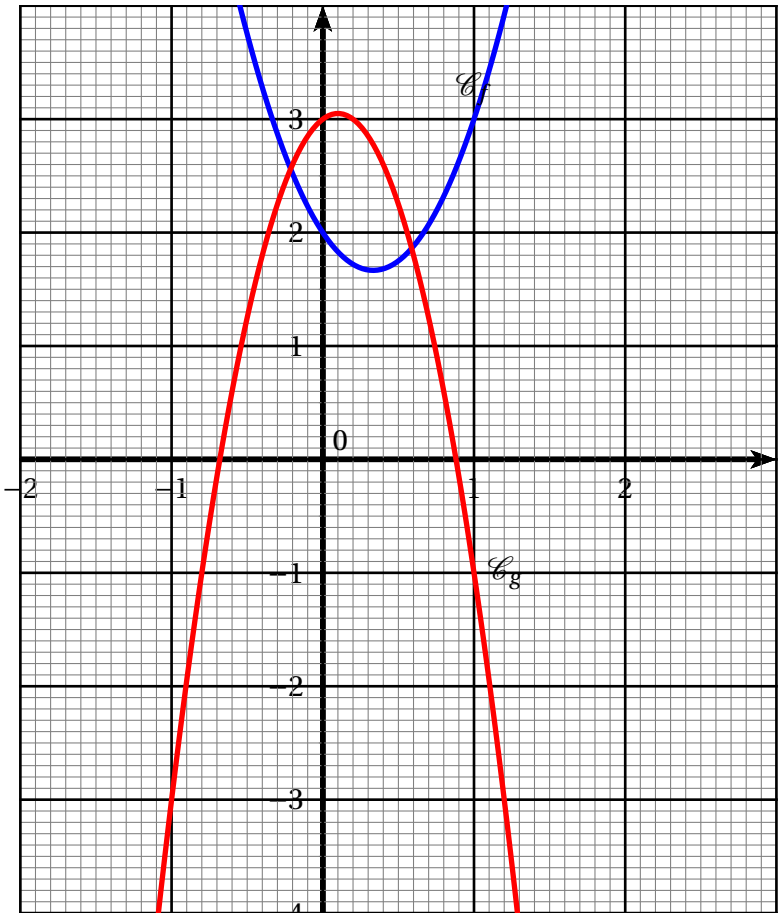
1. Résoudre l'équation $3x^2+5x-1=9x+3$
   L'équation équivaut à $3x^2+5x-9x-1-3=0$ donc $3x^2-4x-4=0$.
   $\Delta=(-4)^2-4\times3\times(-4)=64>0$.
   Il y a deux solutions : $x_1=\dfrac{4-\sqrt{64}}{6}=-\dfrac{2}{3}$ et $x_2=\dfrac{4+\sqrt{64}}{6}\dfrac{12}{6}=2$.
   $\boxed{\mathscr{S}=\left\{-\frac{2}{3}\,;\,2\right\}}$.
2. On appelle f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2+5x-1$ et $g(x)=9x+3$ et on note $\mathscr{C}_f$ et C_g leurs courbes représentatives.
   Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$ sont les solutions de $f(x)=g(x)$donc $-\dfrac{2}{3}$ et 2.

III

On considère les fonctions $f:x\mapsto3x^2-2x+2$ et $g:x\mapsto-5x^2+x+3$.
On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives ; elles sont représentées ci-dessous.

1. Dans l'expression $f(x)$, le coefficient de x^2 est positif donc la parabole $\mathscr{C}_f$ est tournée vers le haut et $\mathscr{C}_g$ est tournée vers le bas.
2. Les abscisses des points d'intersection de ces deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont approximativement -1,4 et 1,2.
3. L'équation $f(x)=g(x)$ s'écrit : $3x^2-2x+2=-5x^2+x+3$, donc $8x^2-3x-1=0$.
   $\Delta=41>0$; l'équation a deux solutions :
   $x_1=\dfrac{3-\sqrt{41}}{16}$ et $x_2=\dfrac{3+\sqrt{41}}{16}$.
4. $x_1\approx-0.2$ et $x_2\approx0.6$

Remarque ; la courbe $\mathscr{C}$ était fausse sur l'énoncé !



1e ES : contrôle (équations du second degré)
Sujet B

I

Résoudre les équations suivantes :

a) $3x^2 - 2x - 10 = 0$

$3x^2 - 2x - 10 = ax^2 + bx + c$ avec $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = -10 \end{cases}$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-8) = 4 + 96 = 124 > 0$.

L'équation deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 - \sqrt{124}}{6} = \dfrac{2 - 2\sqrt{31}}{6} = \dfrac{1 - \sqrt{31}}{3}$ et

$x_2 = \dfrac{2 + \sqrt{124}}{6} = \dfrac{1 + \sqrt{31}}{3}$.

L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\dfrac{1 - \sqrt{31}}{3} ; \dfrac{1 + \sqrt{31}}{3}\right\}}$

b) $9x^2 + 30x + 32 = 0$

$\Delta = 30^2 - 4 \times 9 \times 32 = 900 - 1152 < 0$ donc l'équation 'a pas de solution : $\boxed{\mathscr{S} = \emptyset}$

c) $7x^2 = 20x$

L'équation s'écrit : $7x^2 - 20x = 0$; on factorise d'où $x(7x - 20) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul. On en déduit qu'il y a deux solutions :

$\boxed{\mathscr{S} = \left\{0 ; \dfrac{20}{7}\right\}}$

(Ne pas calculer Δ !)

d) $(2x - 7)^2 = -3$

Il est clair qu'il n'y a pas de solution, puisque

$(2x - 7)^2 \geqslant 0$ et $-3 < 0$ donc $\boxed{\mathscr{S} = \emptyset}$

e) $(5x + 7)(2x - 3) = 0$ En appliquant le théorème du produit nul, on trouve :

$\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{7}{5} ; \dfrac{3}{2}\right\}}$

f) $3x^2 - 6x - 7 = 0$ $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times (-7) = 36 + 84 = 120 > 0$.

L'équation a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{6 - \sqrt{120}}{6} = \dfrac{6 - 2\sqrt{30}}{6} = \dfrac{3 - \sqrt{0}}{3}$ et $x_2 = \dfrac{3 + \sqrt{30}}{3}$.

$\boxed{\mathscr{S} \left\{\dfrac{6 - \sqrt{120}}{6} ; \dfrac{6 + \sqrt{120}}{6}\right\}}$

II

1. Résoudre l'équation $3x^2+5x-1=5x+11$
   L'équation équivaut à $3x^2+5x-5x-1-11=0$ donc $3x^2-12=0$ donc $x^2-4=0$ qui a pour solutions -2 et 2
   $\boxed{\mathscr{S}=\{-2\,;\,2\}}$.
2. On appelle f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2+5x-1$ et $g(x)=5x+11$ et on note $\mathscr{C}_f$ et C_g leurs courbes représentatives.
   Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$ sont les solutions de $f(x)=g(x)$donc -2 et2.

III

On considère les fonctions $f : x \mapsto 3x^2-2x+2$ et $g : x \mapsto -5x^2+x+3$.
On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives ; elles sont représentées ci-dessous.

1. Dans l'expression $f(x)$, le coefficient de x^2 est positif donc la parabole $\mathscr{C}_f$ est tournée vers le haut et $\mathscr{C}_g$ est tournée vers le bas.
2. Les abscisses des points d'intersection de ces deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont approximativement -1,4 et 1,2.
3. L'équation $f(x)=g(x)$ s'écrit : $3x^2-2x+2=-5x^2+x+3$, donc $8x^2-3x-1=0$.
   $\Delta=41>0$; l'équation a deux solutions :
   $x_1=\dfrac{3-\sqrt{41}}{16}$ et $x_2=\dfrac{3+\sqrt{41}}{16}$.
4. $x_1\approx-0.2$ et $x_2\approx0.6$

Remarque ; la courbe $\mathscr{C}$ était fausse sur l'énoncé !