1reES : contrôle sur les fonctions de référence (2 h)

I (1,5 point)

Quels sont les ensembles de définition des fonctions suivantes .

a) $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2 - 3x - 10}$

b) $g : x \mapsto \sqrt{x+5}$.

c) $h : x \mapsto \dfrac{1}{(x+2)(x-3)(x-7)}$

II (3 points)

En utilisant les variations de la fonction carré, donner un encadrement de x^2 dans les cas suivants :

a) $3 \leqslant x < 7$

b) $-4 \leqslant x \leqslant -2$

c) $-3 \leqslant x \leqslant 5$

III (2 points)

Résoudre l'inéquation $\dfrac{1}{x} < \dfrac{3}{4}$.

On pourra s'aider des variations de la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x}$

IV (2,5 points)

Soit f la fonction définie sur $[2\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 3\sqrt{x-2}$$

.

1. Justifier le domaine de définition de la fonction f.
2. On veut montrer que f est croissante sur $[2\ ;\ +\infty[$.
   Pour cela, recopier et compléter les phrases suivantes :
   Soient deux nombres x_1 et x_2 quelconques tels que $2 \leqslant x_1 \leqslant x_2$.
   Alors : $\leqslant x_1 - 2 \leqslant$
   donc $0 = \sqrt{} \leqslant \qquad \leqslant$ car la fonction racine carrée est ..... sur l'intervalle .
3. En déduire un encadrement de $f(x)$ pour x compris entre 3 et 6.

V (2 points)

1. Quelles sont les variations de la fonction cube $f : x \mapsto x^3$?
2. Comparer, sans calculatrice, les nombres $1,02^3$ et $1,03^3$ (expliquer)
3. Comparer de même $(-3,12)^3$ et $(-3,11)^3$.

VI (2,5 points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - 2x^3$.

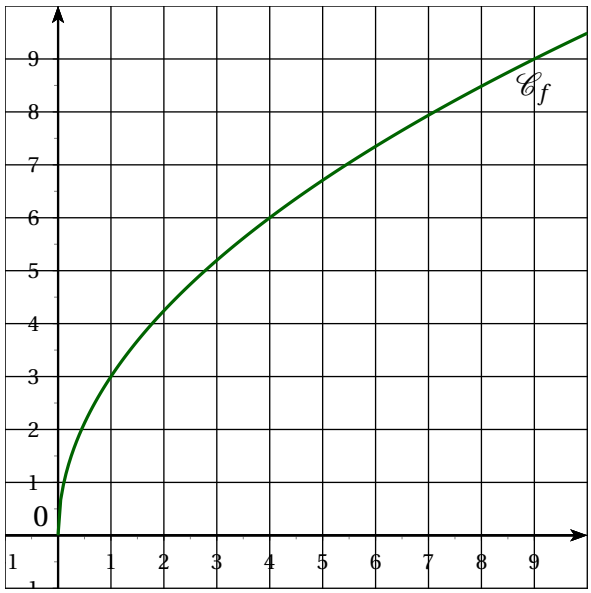
1. Montrer que g est décroissante sur $\mathbb{R}$.
2. Expliquer rapidement pourquoi l'équation $g(x) = 0$ n'a qu'une solution α.
3. A l'aide de la calculatrice, donner une valeur arrondie au dixième de α, solution de l'équation $g(x) = 0$.

VII (3,5 points)

On a représenté ci-dessous la fonction

$$f = x \mapsto 3\sqrt{x}$$

.



1. Sur le graphique ci-dessus, tracer la représentation graphique de la fonction affine

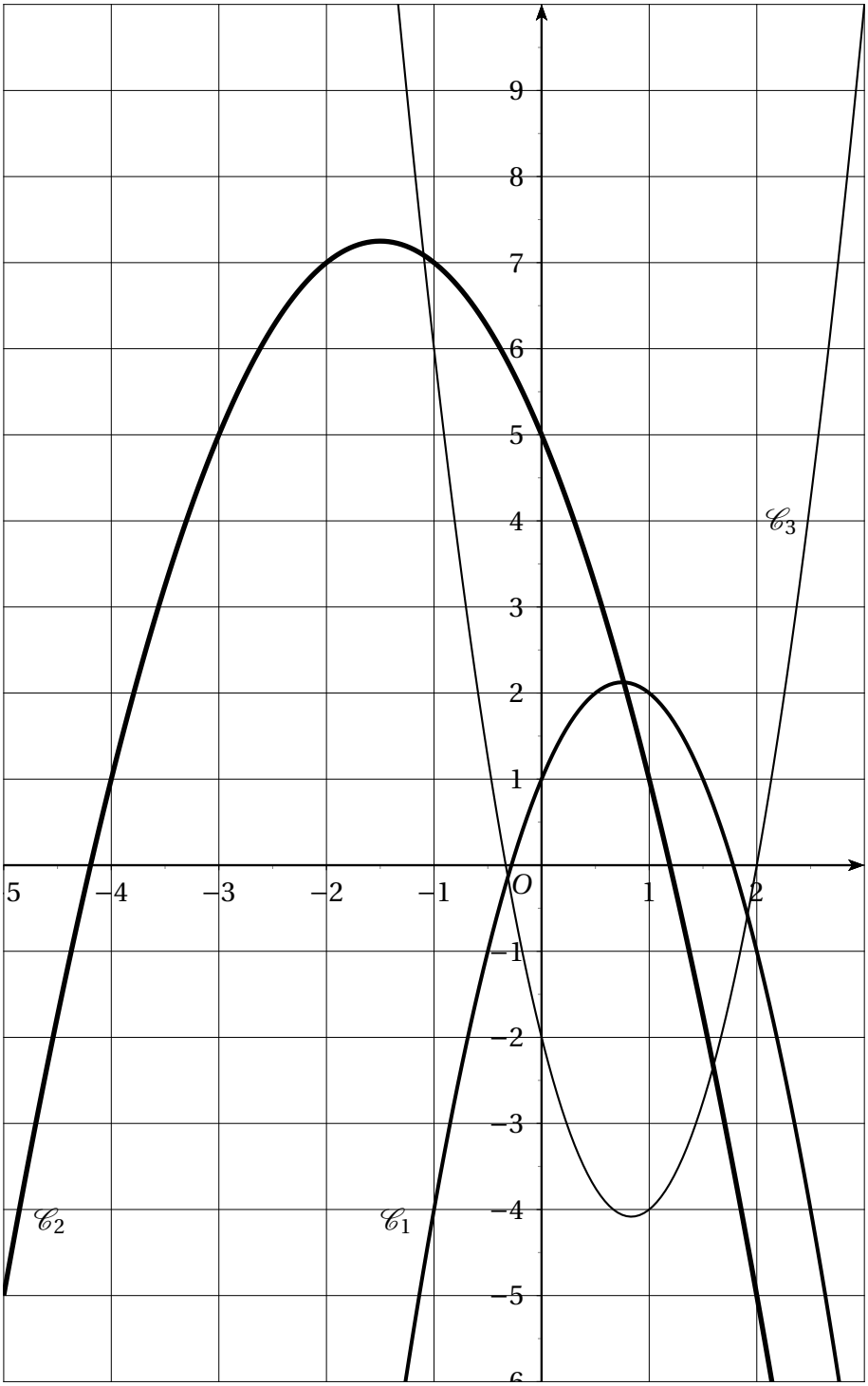
$$g : x \mapsto 2x + 1$$

2. Conjecture le nombre de points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$?

3. Résoudre l'équation $3\sqrt{x} = 2x + 1$ en posant $X = \sqrt{x}$.

4. En déduire les coordonnées du ou des points d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

VIII (3 points)



Ci-dessus sont représentées trois fonctions :
$f : x \mapsto -2x^2 + 3x + 1$, $g : x \mapsto 3x^2 - 5x - 2$ et $h : x \mapsto -x^2 - 3x + 5$.

1. Quelles sont les courbes associées à chacune de ces fonctions ?
2. Quelles sont les abscisses exactes des points d'intersection de $\mathscr{C}_1$ et de $\mathscr{C}_3$?