1reES : contrôle sur les inéquations du second degré (sujet A)

I

Trouver le signe des expressions suivantes selon les valeurs de x.

a) $6x^2+8x+3$

b) $(2x+3)(x-5)$

II

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $6x^2+8x+3 \geqslant 0$

b) $\dfrac{x^2+x-20}{x-2} \leqslant 0$

III

Une entreprise fabrique un produit . La production mensuelle ne peut pas dépasser 15 000 articles.
Le coût total, exprimé en **milliers d'euros**, de fabrication de x **milliers** d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $[0\,;\,15]$ par :

$$C(x) = 0,5x^2+0,6x+8,16.$$

La représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction coût total est donnée ci-dessous et est à rendre avec la copie.
On admet que chaque article fabriqué est vendu au **prix unitaire** de 8 €.

1. (a) Calculer $C(4)$.
   (b) Montrer que $R(4) = 32$
   (c) Combien rapporte la vente de 4 000 articles ?
2. Qu'est ce qui est le plus avantageux entre fabriquer et vendre 4 000 articles ou fabriquer et vendre 12 000 articles ?
3. On désigne par $R(x)$ le montant en milliers d'euros de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles du produit.
   On a donc $R(x) = 8x$.
   (a) Tracer dans le repère donné ci-dessous, la courbe $\mathscr{D}$ représentative de la fonction recette.
   (b) Par lecture graphique et avec la précision permise par le dessin, déterminer :
   - l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif ;
   - la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
4. On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.
   (a) Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par
   $$B(x) = -0,5x^2+7,4x-8,16, \text{ avec } x \in [0\,;\,15].$$
   (b) Étudier le signe de $B(x)$.
   En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice positif.
   (c) Étudier les variations de la fonction B sur $[0\,;\,15]$.
   En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal.
   Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?