

# 1<sup>re</sup>ES : devoir sur feuille n° 1

## I

Un artiste souhaite réaliser une sphère en alliage métallique. Pour cela, il a acheté  $5\text{m}^3$  d'alliage, qu'il fera fondre puis couler par un métallurgiste.

On cherche à déterminer le rayon maximal  $r$  de cette sphère qu'il est possible de fabriquer.

On rappelle que le volume d'une sphère est

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

- Justifier que le problème revient à résoudre l'équation  $r^3 - \frac{15}{4\pi} = 0$ .
- À l'aide de la calculatrice, trouver un encadrement de  $r$  avec une amplitude de 0,01.

## II

Voici le montant de la dette des administrations publiques françaises au 31 décembre de chaque année, de 2005 à 2012, exprimé en milliards d'euros.

Année	2005	2006	2007	2008
Dette	1 147,6	1 152,2	1 211,6	1 318,6
Année	2009	2010	2011	2012
Dette	1 493,4	1 595,0	1 717,3	1 838,8

On e propose de convertir ces valeurs en indices, en prenant comme base 100 l'année 2005.

- Recopier le tableau et ajouter une ligne pour faire apparaître les indices, arrondis au dixième.
- En déduire le taux d'évolution, en pourcentage arrondi au dixième, de la dette entre 2005 et 2009, puis entre 2005 et 2012.
- Calculer le taux d'évolution, en pourcentage arrondi au dixième, de la dette entre 2009 et 2012.

## III

Un gérant de société a dépensé en 2014, pour l'achat de papier de son secrétariat, la somme de 5 200 €.

- Sachant que le papier coûte 8 € les 1 000 feuilles, combien le gérant a-t-il utilisé de milliers de feuilles en 2014?
- On suppose qu'au premier janvier 2015, le prix du papier a augmenté de 5 %.

On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année 2015.

- Si le gérant maintient sa dépense, quel nombre de milliers de feuilles de papier pourra-t-il acheter? Arrondir au dixième.
- Quel pourcentage de diminution de la consommation de papier cela représentera-t-il?

- On suppose maintenant que le prix du papier a augmenté de  $p\%$  le 1<sup>er</sup> janvier 2015.

On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année 2015.

On suppose que le gérant maintient sa dépense de papier.

- Montrer que le nombre de milliers de feuilles qu'il pourra acquérir en 2015 est :

$$N = \frac{65000}{100 + p}.$$

- Exprimer en fonction de  $p$  le pourcentage de diminution de la consommation de papier qu'il doit envisager en 2015?

## IV

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 kg à 30 kg du produit par semaine.

### Partie A : Étude du prix de revient unitaire moyen

- Le prix de revient d'un produit dépend de la quantité produite.

Pour  $x$  kg de produit fabriqué, le prix de revient moyen d'un kg de ce produit, exprimé en euros, est modélisé par la fonction  $U$  dont l'expression est :

$$U(x) = \frac{1}{3}x^2 - 11x + 100 + \frac{72}{x}.$$

où  $x$  appartient à l'intervalle  $[5 ; 30]$ .

Quel est le prix de revient moyen d'un kg de produit lorsqu'on produit 5 kg par semaine? (arrondir le résultat à 0,1 près).

- Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs ci-dessous. (arrondir à 0,1 près).

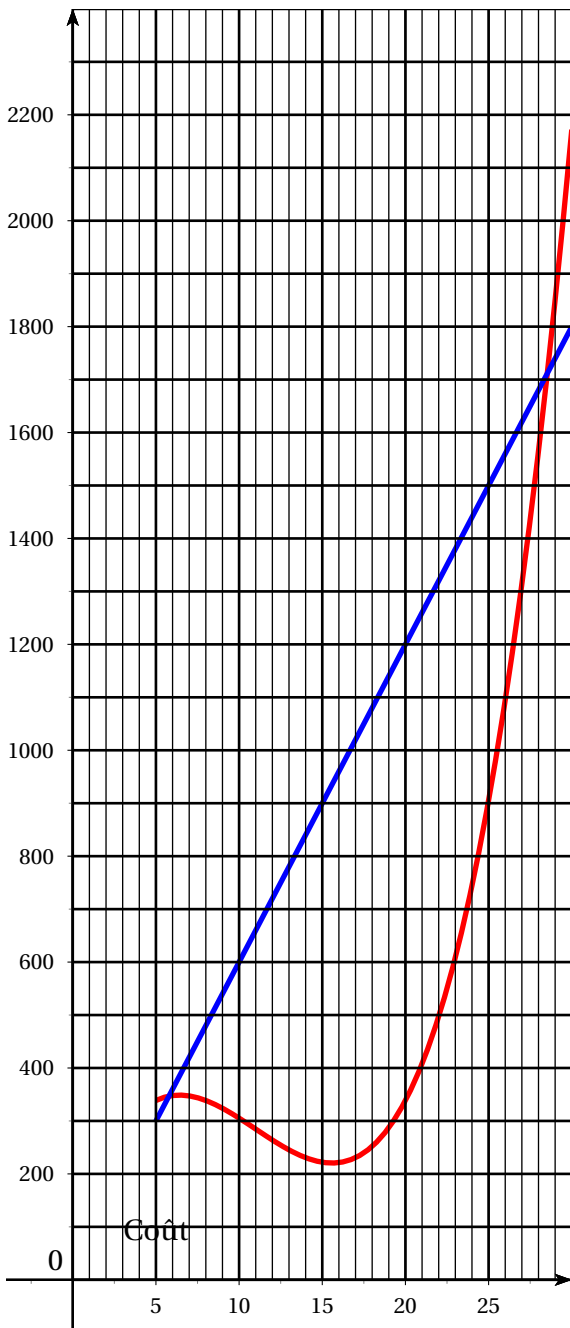
$x$	5	10	15	16,5	17	18,5	20	25	30
$U(x)$									

### Partie B : Étude graphique du bénéfice

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production exprimé en euros et modélisé par la fonction  $C$ .

1. Montrer que  $C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72$ , où  $x$  appartient à l'intervalle  $[5 ; 30]$ .

La courbe représentative de la fonction  $C$  est donnée ci-dessous.



2. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est de 600 euros le kg.
3. (a) Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 euros le kg. Donner, en fonction de  $x$ , l'expression  $R(x)$  de la fonction  $R$  modélisant la recette.  
(b) Représenter graphiquement la fonction  $R$  sur l'intervalle  $[5 ; 30]$  (sur le même graphique que la fonction coût).  
(c) Le laboratoire souhaite connaître l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Quel est cet intervalle?

### Partie C : graphique du bénéfice

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, est exprimé en euros et modélisé par la fonction  $B$ .

1. Montrer que  $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72$  où  $x$  appartient à  $[5 ; 30]$ .
2. À l'aide de la calculatrice :
  - (a) Vérifier que  $B$  admet un maximum en  $x = 20$ .
  - (b) Conjecturer les variations de  $B$ .
  - (c) En déduire les variations de  $B$  sur  $[5 ; 30]$ .
3. (a) On considère que la production est entièrement vendue. Déterminer la quantité produire pour réaliser un bénéfice maximum.  
(b) Le service de commercialisation du laboratoire a fixé un objectif de vente entre 15 kg et 24 kg pour la semaine à venir. Quel est le bénéfice minimum envisageable?