Corerction de la feuille d'exercices

I

P, npte X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où la chenille va à droite.
On a répétition d' expériences aléatoire identiques, indépendantes, à deux issues.
X suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(4\,;\,\frac{1}{3}\right)$.

Pour tout k entier tel que $0 \leqslant k \leqslant 4$, on a $\boxed{p(X=k)=\binom{4}{k}\times\left(\frac{1}{3}\right)^k\times\left(\frac{2}{3}\right)^{4-k}}$.

1. $\boxed{p(X=3)=\binom{4}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)}$.
   - On peut calculer $\binom{4}{3}$ à la calculatrice ; on trouve 4 donc $p(X=3)=4\times\frac{1}{27}\times\frac{2}{3}=\boxed{\frac{4}{81}}$.
   - On calcule directement $\binom{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)$ à la calculatrice, avec la fonction BinomFdp(n ; p ; k)
2. $p(X=1)=\binom{4}{1}\times\left(\frac{1}{3}\right)^1\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=4\times\frac{1}{3}\times\frac{8}{27}=\boxed{\frac{32}{81}}$

II

1. (a) On a répétition dune même expérience identique, aléatoire à deux issues, indépendantes les unes par rapport aux autres.
   Notons X le nombre de 5 obtenus.
   X suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(3\,;\,\frac{1}{6}\right)$ car il y a trois épreuves et $\frac{1}{6}$ est la probabilité d'un « succès », c'est-à-dire d'avoir un 5.
   La probabilité d'avoir trois 5 est $p(X=3)==\binom{3}{3}\times\left(\frac{1}{6}\right)^3\times\left(\frac{5}{6}\right)^0=1\times\left(\frac{1}{6}\right)^3\times 1=\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$.
   On peut aussi utiliser un arbre (voir question suivante) et voir qu'il n'y a qu'une branche comprenant trois fois le résultat 5.

   (b) On imagine un arbre avec 6 branches issues de chaque nœud ; il y a $6^2=216$ résultats possibles.
   On compte le nombre de résultats dont la somme vaut 15.
   Il y a : 3-6-6 ; 4-5-6 ; 4-6-5 ; 5-4-6 ; 5-5-5 ; 5-6-4 ; 6-3-6 ; 6-4-5 ; 6-5-4 ; 6-6-3, donc dix façons d'ontemir une some égale à 15.
   La probabilité d'avoir une somme égale à 15 est $\boxed{p=\frac{10}{216}=\frac{5}{108}}$.

   (c) On a une loi géométrique tronquée (hors-programme).
   Avoir un 5 seulement au troisième tirage signifie qu'il n'y a pas eu de 5 avant.
   La probabilité est donc $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=\boxed{\frac{25}{216}}$
2. Soit Y le nombre de fois où la somme est égale à 15 lors des trois tirages.
   On a répétition d'épreuves identiques, indépendantes, à deux issue (avoirune somme égale à 15 ou pas).
   Y suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(3\,;\,:\,\frac{10}{216}\right)$.
   La probabilité d'avoir trois fois une sommé égale à 15 est
   $p(Y=3)=\binom{3}{3}\times\left(\frac{10}{216}\right)^3\times\left(\frac{206}{216}\right)^0=\left(\frac{10}{216}\right)^3=\left(\frac{5}{108}\right)^2=\boxed{\frac{125}{1\,259\,712}}$

On appelle X la variable aléatoire comptant le nombre d'ordinateurs en panne.

On a répétition d'épreuves identiques indépendantes aléatoire à deux issues.

X suit donc la loi binomiale $\mathscr{B}(60;0,1)$.

On doit calculer $p(X < 4) = p(X \leqslant 3)$ qu'on calculer directement à la calculatrice avec la fonction binomFRep.

On trouve $p(X \leqslant 3) \approx 0,137$

III

On a une loi binomiale B(100 ; 0,02) si l'on considère que la population est suffisamment grande pour pouvoir faire l'hypothèse que les personnes sont choisies avec remise .

On doit calculer $p(X \leqslant 3)$ oùX est le nombre de gauchers parmi les 100 personnes. on trouve à peu près 0,859.

IV

On peut envisager l'épreuve qui est d'arracher une dent au hasard à un client avec un succès (arracher la dent malade) de probabilité 1/32 ; on considère que l'on répète cette épreuve de manière indépendante 10 fois et que X compte le nombre de dents malades arrachées à bon escient ; X suit la loi binomiale B(10 ; 1/32) pour les questions 1 et 2 et B(n ; 1/32) pour la question 3.