1^{re} ES : contrôle sur les fonctions de référence (durée 1 h)

- Attention au soin ! À faire sur **copie double** !
- Laisser une marge et écrire son nom **lisiblement** (en caractères majuscules d'imprimerie) sur la copie **et** sur le sujet.
- Arrivé en bas de page, **tourner la page** et ne pas écrire en dehors des lignes, pas plus que dans la marge !

I (3 points)

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,4]$ par $f(x) = 2x^2 + 3$.

1. Démontrer que f est croissante sur $[0\,;\,4]$.
2. En déduire, **en justifiant**, un encadrement de $f(x)$ pour $0 \leqslant x \leqslant 2$.

II (2 points)

En justifiant votre démarche, trouver quelles sont les valeurs de x vérifiant $-64 \leqslant x^3 \leqslant 8$.

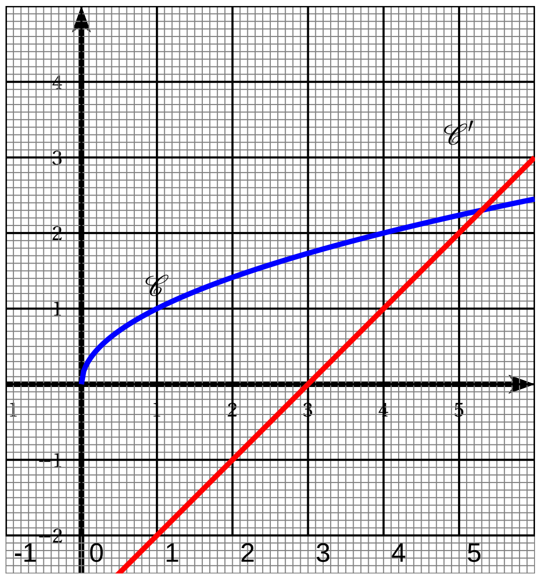
III (4 points)

1. Représenter sur un même graphique les fonctions $f : x \mapsto x^3$ et $g : x \mapsto x^2$ pour x compris entre -2 et 2.
2. En déduire graphiquement les solutions de l'inéquation $x^3 \geqslant x^2$.
3. Résoudre algébriquement l'inéquation $x^3 \geqslant x^2$ et comparer avec les résultats trouvés la question préfetdente.

IV (5,5 points)

Les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$, tracés sur $[0\,;\,6]$ sont les courbes représentatives des fonctions $f : x \mapsto x - 3$ et $g : x \mapsto \sqrt{x}$.

1. Associer à chaque courbe la fonction correspondante en justifiant votre réponse.
2. Résoudre graphiquement l'équation $\sqrt{x} = x - 3$.
3. On pose $X = \sqrt{x}$, donc $x \geqslant 0$ et $X \geqslant 0$.
   (a) Exprimer x en fonction de X.
   (b) Résoudre l'équation $X^2 - X - 3 = 0$ d'inconnue X.
   (c) En déduire l'abscisse exacte du point d'intersection des courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$



V (5,5 points)

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x+2$ et g est la fontion définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \dfrac{1}{x}$.
On appelle $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de ces deux fonctions.

1. $\mathscr{C}_g$ est tracée ci-contre. Représenter graphiquement sur le même graphique $\mathscr{C}_f$.
2. Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $3x + 2 = \dfrac{1}{x}$.
3. Résoudre algébriquement l'équation $3x + 2 = \dfrac{1}{x}$.
4. En déduire, **en justifiant**, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.