

# Taux d'évolution

## Table des matières

<b>I Coefficient multiplicateur et taux d'évolution</b>	<b>1</b>
<b>II Taux d'évolutions successives</b>	<b>2</b>
II.1 Taux d'évolution global . . . . .	2
II.2 Taux d'évolution réciproque . . . . .	2

## Activités préparatoires pages 10 et 12

### I Coefficient multiplicateur et taux d'évolution



#### Propriété

Appliquer un taux d'évolution  $t$  à un nombre revient à le multiplier par  $C = 1 + t$ , appelé coefficient multiplicateur.

Justification : soit  $x$  un nombre. Il devient  $x + xt = x(1 + t)$ .

Exemples :

- Un objet coûte 30 € ; son prix augmente de 3 %. Le coefficient multiplicateur est  $C = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$ . Le prix devient  $30 \times 1,03 = 30,9$ .
- La population d'une ville diminue de 1 %. Elle est donc multipliée par  $C = 1 - \frac{1}{100} = 0,99$ .
- Un prix passe de 12 € à 12,36 €. Quel est le taux d'augmentation ?  
Si  $C$  est le coefficient multiplicateur, on a  $12 \times C = 12,36$ , donc  $C = \frac{12,36}{12} = 1,03$ .  
Si  $t$  est le taux d'évolution,  $C = 1 + t$  donc  $t = 0,03 = \frac{3}{100}$ .
- Une année, la population d'une ville est de 22 000 habitants. L'année suivante, elle n'est plus que de 20 900 habitants.  
Le coefficient multiplicateur est  $C = \frac{20900}{22000} = 0,95$ .  
Si  $t$  est le taux,  $C = 1 + t$  d'où  $t = C - 1 = -0,05 = -\frac{5}{100}$ . Le taux est de -5 %.

## II Taux d'évolutions successives

### II.1 Taux d'évolution global

**Exemple :** En 2005, un objet avait un prix de 120 €. Son prix a augmenté en un an de 3 %. L'année suivante, son prix augmenté de 2 %.

Quel est son prix ?

En 2006, son prix vaut :  $120 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 120 \times 1,03 = 123,6 \text{ €}$ .

En 2007, son prix vaut :  $120 \times 1,03 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) = 120 \times 1,03 \times 1,02 = 126,072 \approx 126,7 \text{ €}$ .

On voit que cela revient à multiplier les coefficients multiplicateurs entre eux.

#### Cas général



#### Définition

Soient  $y_0, y_1, \dots, y_n$  des nombres réels strictement positifs.

$y_1, y_2, \dots, y_n$  sont les taux d'évolution successifs permettant de passer de  $y_1$  à  $y_2$ , de  $y_2$  à  $y_3$ , ..., de  $y_{n-1}$  à  $y_n$ .

Le coefficient multiplicateur global permettant de passer de  $y_0$  à  $y_n$  est le produit des  $n$  coefficients.

$1 + T = (1 + t_1)(1 + t_2) \cdots (1 + t_n)$  donc  $T = (1 + t_1)(1 + t_2) \cdots (1 + t_n) - 1$ .

### II.2 Taux d'évolution réciproque

#### Exemple

Un objet coûte 20 €. Son prix subit une hausse de 2 %.

1. Quel est son nouveau prix ?
2. Quel est le montant de la baisse qu'il doit subir pour retrouver sa valeur initiale ?

#### Réponses :

1. Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 2 % est  $1 + 2 \% = 1,02$ .  
Le nouveau prix est :  $20 \times 1,02 = 20,4$ .
2. Soit  $t$  le taux de baisse ; le coefficient multiplicateur est alors :  $1 + t$ .  
On doit donc avoir :  $(20 \times 1,02) \times (1 + t) = 20$ , d'où, après simplification par 20 :  
 $1,02 \times (1 + t) = 1$ , et, par conséquent :  $1 + t = \frac{1}{1,02}$ .

On en déduit :  $t = \frac{1}{1,02} - 1$ .

Alors :  $t \approx -0,01960$ , soit environ  $-1,96 \%$ .

On dit que le taux d'évolution réciproque de 2 % est de  $-1,96 \%$ .



## Définition

Soit  $t$  le taux d'évolution subi par un nombre. On appelle taux d'évolution réciproque le taux  $t'$  qu'il faut alors appliquer pour retrouver le nombre de départ.

$$\text{On a : } t' = \frac{1}{1+t} - 1$$

### Démonstration :

Soit  $x$  un nombre, qui subit un taux d'évolution égal à  $t$ .

Le coefficient multiplicateur est  $1 + t$ , donc la nouvelle valeur est  $x(1 + t)$ .

On cherche alors le montant du taux d'évolution  $t'$  qui permet de retrouver la valeur  $x$  initiale.

Le coefficient multiplicateur associé est  $1 + t'$ .

On doit donc avoir :  $[x(1 + t)] \times (1 + t') = x$ .

En simplifiant par  $x$ , on obtient :  $(1 + t)(1 + t') = 1$ .

On en déduit :  $1 + t' = \frac{1}{1+t}$  d'où :  $t' = \frac{1}{1+t} - 1$ .

$t'$  est le **taux d'évolution réciproque** du taux  $t$

### Exemples :

1. Pour un taux  $t = 3 \text{ ‰}$ , on obtient  $t' = \frac{1}{1+0,03} - 1 \approx -0,029 \approx -2,9 \text{ ‰}$ .

Le taux d'évolution réciproque de  $2 \text{ ‰}$  est de  $-2,9 \text{ ‰}$ .

2. Pour un taux  $t = -10 \text{ ‰}$ , on obtient  $t' = \frac{1}{1-0,1} - 1 \approx 0,111 \approx 11,1 \text{ ‰}$ .

Le taux d'évolution réciproque d'une baisse de  $10 \text{ ‰}$  est d'environ  $11,1 \text{ ‰}$ .