

Dénombrement liste 1

Éléments de correction.

Exercice 1 :

Nous sommes dans le cadre d'un arrangement

1) $p=3, n=4$. Nombre de tirages $\frac{n!}{(n-p)!} = 4! = 24$

2) - Si « 1 » est tiré, il y a 3 positions possibles pour le placer.

- Pour chacune des positions du « 1 », il reste un tirage ordonné sans remise de $p=2$

boules parmi $n=3$. Soit en tout $\frac{n!}{(n-p)!} = 3! = 6$

On construit ainsi un arbre à $6*3=18$ branches. Il y a donc 18 tirages en tout.

3) $24-18=6$: 6 tirages ne contiennent pas le 1

Exercice 4 :

Il s'agit du même exercice mais cette fois-ci on ne tient pas compte de l'ordre des tirages. Il s'agit donc de combinaisons.

1) $p=3, n=4$. Nombre de tirages : $\binom{4}{3} = 4$

2) Si « 1 » est tiré, il reste 2 boules à choisir parmi 3 : $\binom{3}{2} = 3$

3) $4-3=1$: 1 seul tirage ne comporte pas le numéro 1. Il s'agit bien sûr du tirage (2 ; 3 ; 4)

Exercice 2 :

Il s'agit d'un tirage ordonné avec remise.

1) Pour construire l'ensemble des tirages, on construit un arbre $p=3$ niveaux. Chaque niveau comporte $n=3$ branches. Le nombre de branches au total est donc :

$$n^p = 3^3 = 27.$$

2) Il y a $\binom{3}{1} = 3$ manières de placer le « 1 ». Une fois le « 1 » placé, il reste à tirer $p=2$

boules. Le « 1 » n'est plus autorisé. Par conséquent $n=2$. $n^p = 2^2 = 4$.

Nous construisons ainsi un arbre à $3*4=12$ branches.

3) Il y a $\binom{3}{2} = 3$ manières de placer les deux « 1 ». Une fois les « 1 » placés, il reste à

tirer $p=1$ boules. Le « 1 » n'est plus autorisé donc $n=2$. $n^p = 2^1 = 2$.

Nous construisons ainsi un arbre à $3*2=6$ branches

4) Il n'y a qu'une seule manière de faire apparaître le 1 trois fois : (1 ; 1 ; 1)

5) $27-12-6-1=8$

Exercice 3 :

1) Si l'on s'intéresse à des tirages successifs, cela sous-entend qu'on s'intéresse à l'ordre des tirages. Il s'agit d'une suite de $p=2$ tirages ordonnés sans remise dans une urne contenant $n=6$ boules. Nous sommes dans le cadre d'un arrangement.

$$\frac{n!}{(n-p)!} = \frac{6!}{4!} = 30$$

2) Pour placer 1 boule verte exactement nous avons 3 choix de boules vertes (4, 5 ou 6).

Pour chaque boule verte, nous avons deux manières de la placer.

Une fois la verte choisie et placée, il reste à choisir une boule rouge pour la place restante : 3 choix.

Nous construisons ainsi un arbre à $3*2*3=18$ branches.

3) Il s'agit d'un arrangement avec $p=2$ et $n=3$ (car seules les boules vertes sont autorisées). $\frac{n!}{(n-p)!} = 6$

4) $30-18-6=6$

Exercice 5 :

Il s'agit du même exercice mais cette fois ci on ne tient pas compte de l'ordre des tirages. Il s'agit donc de combinaisons.

1) $p=2, n=6$. Nombre de tirages : $\binom{6}{2} = 15$

2) Nous avons trois choix de boules vertes. Pour chaque boule verte, nous avons trois choix de boules rouge. Soit $3*3=9$ tirages possibles.

3) Pour obtenir 2 boules vertes exactement, il s'agit de choisir 2 boules vertes parmi les 3 possibles : $\binom{3}{2} = 3$ manières de procéder.

4) $15-9-3=3$