

LA PROPORTIONNALITÉ

I. DÉFINITIONS ET OUTILS

1. Coefficient de proportionnalité

Définition

- Dire que deux séries de grandeurs sont **proportionnelles** signifie que l'on peut passer des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant toujours par le même nombre.
- Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

On présente souvent les situations de proportionnalité à l'aide d'un tableau ;

2. Tableau de proportionnalité

Exemple

Imaginons que je télécharge plusieurs fichiers sur mon ordinateur et que je note à chaque fois le temps pris pour obtenir chaque fichier et sa taille.

Imaginons également (ce qui est un peu plus fantaisiste) que ma vitesse de téléchargement est constante !

Avec ces données on peut remplir le tableau suivant :

Taille du fichier (en Mo)	110	242	154
Durée du téléchargement (en s)	5	11	7

On observe, si on est un peu perspicace, que l'on peut passer des valeurs d'une série aux valeurs de l'autre en multipliant toujours par le même nombre !

En effet :

- $5 \times 22 = 110$
- $11 \times 22 = 242$
- $7 \times 22 = 154$

$$\text{Ce qui s'écrit également ainsi : } \frac{110}{5} = \frac{242}{11} = \frac{154}{7} = 22$$

Ce tableau est donc un **tableau de proportionnalité** (il décrit une situation où les deux séries de nombres sont proportionnelles l'une à l'autre, ici : la durée du téléchargement est proportionnelle à la taille du fichier).

Le rapport de chaque nombre d'une colonne dans un tableau de proportionnalité donne toujours le même résultat : c'est le **coefficient de proportionnalité** qui est ici égal à **22**.

3. Quatrième proportionnelle.

Vocabulaire

Dans une situation de proportionnalité simple (où sont données seulement deux valeurs pour

LA PROPORTIONNALITÉ

chaque série), la **quatrième proportionnelle** est le quatrième nombre (noté généralement **x**) qui peut-être calculé à partir des trois autres nombres déjà connus.

Exemple 1

Louis s'est rendu hier à la boulangerie de son village pour rapporter 5 baguettes. Il a payé 4€25 pour cet achat.

Aujourd'hui, il doit retourner à la boulangerie et en rapporter 3 baguettes.

Pouvez-vous calculer combien il devra payer son achat grâce à un tableau de proportionnalité ?

Résolution

Nous savons par intuition et par expérience que le prix à payer est proportionnel au nombre d'articles.

Nombre de baguettes achetées	5	3
Prix payé (en €)	4,25	x= ?

Ce tableau de proportionnalité nous donne l'égalité suivante :

$$\frac{5}{4.25} = \frac{3}{x}$$

On peut alors appliquer la propriété appelée "égalité des produits en croix" :

$$5 \times x = 3 \times 4,25$$

Ce qui nous donne la valeur de x en faisant :

$$x = \frac{3 \times 4.25}{5}$$

Conclusion

Louis paiera 2,55€ pour les trois baguettes.

4. Représentation graphique

Propriété

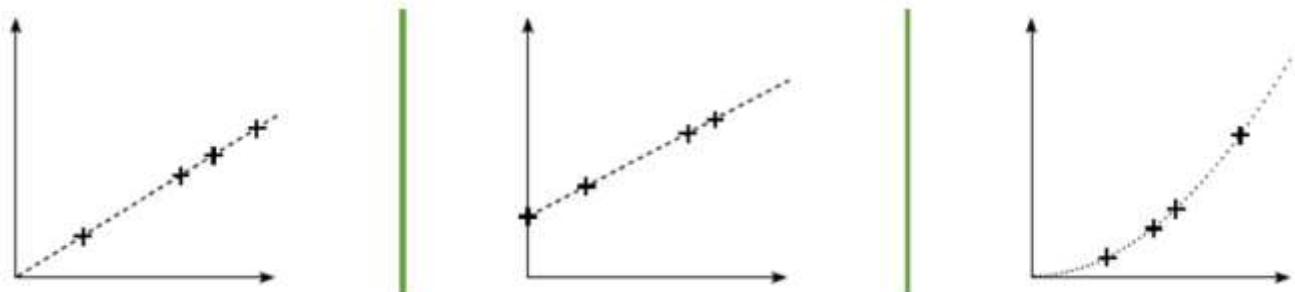
- Si on représente, dans un repère du plan, **une situation de proportionnalité**, alors, on obtient des points alignés avec l'origine du repère.
- Si une situation est représentée par un graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère, alors cette représentation graphique illustre une situation de proportionnalité.

LA PROPORTIONNALITÉ

Proportionnalité = points alignes avec l'origine

Exemple

Les graphiques ci-dessous représentent ils une situation de proportionnalité ?



Résolution

1. Oui, car les points sont alignés avec l'origine du repère.
2. Non, car même si les points sont
3. alignés, ils ne le sont pas avec l'origine du repère.
4. Non, car les points ne sont pas alignés.

II. APPLICATIONS.

1. Appliquer un pourcentage

Exercice

Dans un bureau de votes, il y a eu 450 votants, 40% de ces votants ont voté pour le candidat A. Combien de voix le candidat A a-t-il obtenu dans ce bureau de votes ?

Résolution

Pour répondre à la question, on peut utiliser le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de votants pour le candidat A	x	40
Nombre total de votant du bureau	450	100

En appliquant la propriété nommée "égalité des produits en croix" comme nous l'avons fait dans l'exemple du deuxième paragraphe, on obtient

$$x \times 100 = 450 \times 40$$

$$x = \frac{450 \times 40}{100} = 180$$

Conclusion

Le candidat A a reçu 180 voix dans ce bureau de votes.

Ici, nous avons *appliqué un pourcentage* : nous avons calculé 40% de 450.

LA PROPORTIONNALITÉ

2. Calculer un pourcentage

Exercice

Dans une classe de 24 élèves, on trouve 15 garçons. Quel est le pourcentage de garçons dans cette classe ?

Résolution

Pour répondre à la question, on peut utiliser le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de garçons dans la classe	15	x
Nombre total d'élèves dans la classe	24	100

En appliquant la propriété nommée "égalité des produits en croix" comme nous l'avons fait dans l'exemple du deuxième paragraphe, on obtient

$$24 \times x = 15 \times 100 \Rightarrow x = \frac{15 \times 100}{24} = 62.5\%$$

Conclusion

Les garçons représentent 62,5% des élèves de la classe.

Ici, nous avons *exprimé un pourcentage* : on a calculé ce que représentait 15 garçons sur 24 élèves au total, exprimés en pourcentage.

Information

Les applications concrètes du calcul de pourcentage évoqué ci-dessus peuvent être multiples et variées dans la vie de tous les jours (et pas uniquement pour des élèves de 4ème).

En effet, qu'il s'agisse du domaine professionnel, de nos achats, d'une demande de crédit, d'un calcul de remise (au moment des soldes par exemple), etc. ce calcul peut se révéler très pratique.

Si l'on reste dans l'univers des mathématiques, le calcul pourcentage est également une notion clé dans le domaine des statistiques et des probabilités .

Pour les professionnels et en particulier les comptables, le calcul d'un pourcentage permet de calculer la TVA (taxe sur la valeur ajoutée), sur une facture (en retrouvant le montant de la TVA sur un prix TTC par exemple).

De manière plus concrète pour des millions de salariés en France, cette méthode de calcul peut aussi vous aider à retrouver le montant net de son salaire en fonction du montant brut.