

Cultivons notre jardin.

Et... mathons-le!



Anamorphose, conçue par François Abélanet, mesurant 120 m de long. Parvis de l'hôtel de ville de Paris, 2011.

Sommaire :

I La perspective	2
1 Introduction	2
2 Perspective centrale	3
2.a Perspectives	3
2.b Vocabulaire de la perspective centrale	3
2.c Lignes et point de fuite	4
2.d Représentations	8
2.e À vos crayons!	11
3 Productions des élèves	14
4 Anamorphose de François Abélanet	18



1 Introduction

Vous avez découvert au château de Versailles la grande perspective d'André Le Nôtre (1613-1700). Pour compenser la diminution apparente des parties lointaines, il recourt à l'anamorphose. Plus les figures géométriques sont éloignées, plus elles doivent être augmentées. L'ensemble des éléments constitutifs du grand axe semblent ainsi de même envergure.



Plus généralement, une anamorphose est une déformation réversible d'une image à l'aide d'un système optique comme un miroir courbe ou un procédé mathématique. Certains artistes ont produit des œuvres par ce procédé et ainsi créé des images déformées qui se recomposent à un point de vue préétabli et privilégié. Historiquement, l'anamorphose est l'une des applications des travaux de Piero della Francesca (1415-1492) sur la perspective. En effet, c'est la rationalisation de la vision qui a conduit à systématiser les techniques de projection, dont les anamorphoses sont l'un des résultats. L'anamorphose connaît des applications multiples, aussi bien dans le domaine de l'architecture et du trompe l'œil que dans des utilisations utilitaires comme par exemple les signalisations routières pour indiquer les pistes cyclables.

C'est à la Renaissance avec des artistes comme Piero della Francesca que la perspective s'impose comme technique de dessin. On distingue principalement la perspective à points de fuite aussi appelée perspective centrale, linéaire ou conique et qui sera notre objet d'étude dans cette partie.



La Flagellation du Christ, œuvre de Piero della Francesca réalisée entre 1444 et 1478 sur bois de peuplier.

2 Perspective centrale

2.a Perspectives

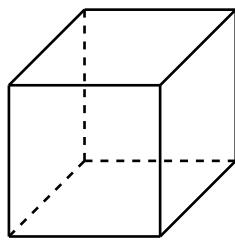
Définition 1 :

En mathématiques, la perspective est l'ensemble des techniques permettant de représenter des objets en trois dimensions sur un plan. Le mot perspective dérive du latin perspicere qui signifie regarder à travers, regarder attentivement.

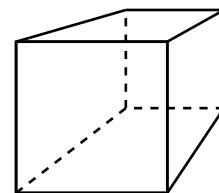
Vous avez appris à représenter des solides en perspective cavalière qui permet de se faire une juste idée des proportions de l'objet mais qui ne permet pas de rendre compte de l'apparence des objets et des espaces en trois dimensions tels que nous les voyons.

La perspective centrale permet quant à elle de rendre compte de l'apparence des objets et des espaces à partir d'un point de vue donné.

❖ Exemple 1.



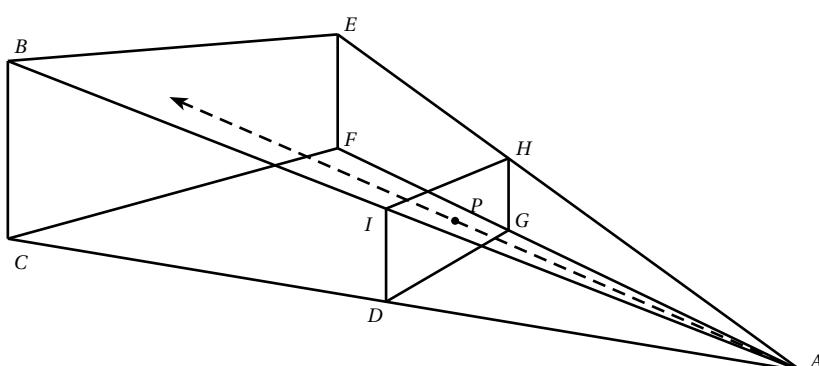
Cube en perspective cavalière



Cube en perspective centrale

2.b Vocabulaire de la perspective centrale

- **Le plan de représentation** est le plan sur lequel les objets vont être représentés.
La perspective centrale est une projection sur le plan de représentation.
- **Le point de vue** est le point où est situé l'observateur.
La perspective centrale ne fonctionne (c'est-à-dire rend compte de la vision réaliste des objets et espaces) que pour un point de vue donné.
- **L'axe de vision** est la demi-droite ayant pour origine le point de vue, et pour direction celle dans laquelle regarde l'observateur.
- **Un plan frontal** est un plan perpendiculaire à l'axe de vision.
Pour construire une perspective centrale, il faut que le plan de représentation soit un plan frontal.



Le point A est le point de vue de l'observateur. Le plan IHGD est le plan de représentation. Il est perpendiculaire à l'axe de vision en pointillés.

- Pour que l'œil ait la même vision que devant des objets et espaces réels, il faut qu'il se place à l'endroit du point de vue. La distance entre le point de vue et le plan de représentation (la distance d'un point à un plan est la plus courte distance séparant ce point et un point du plan) est appelée **distance de vision orthoscopique**.

Dans le schéma précédent, la distance orthoscopique est la distance du point *A* au plan *IHGD*.

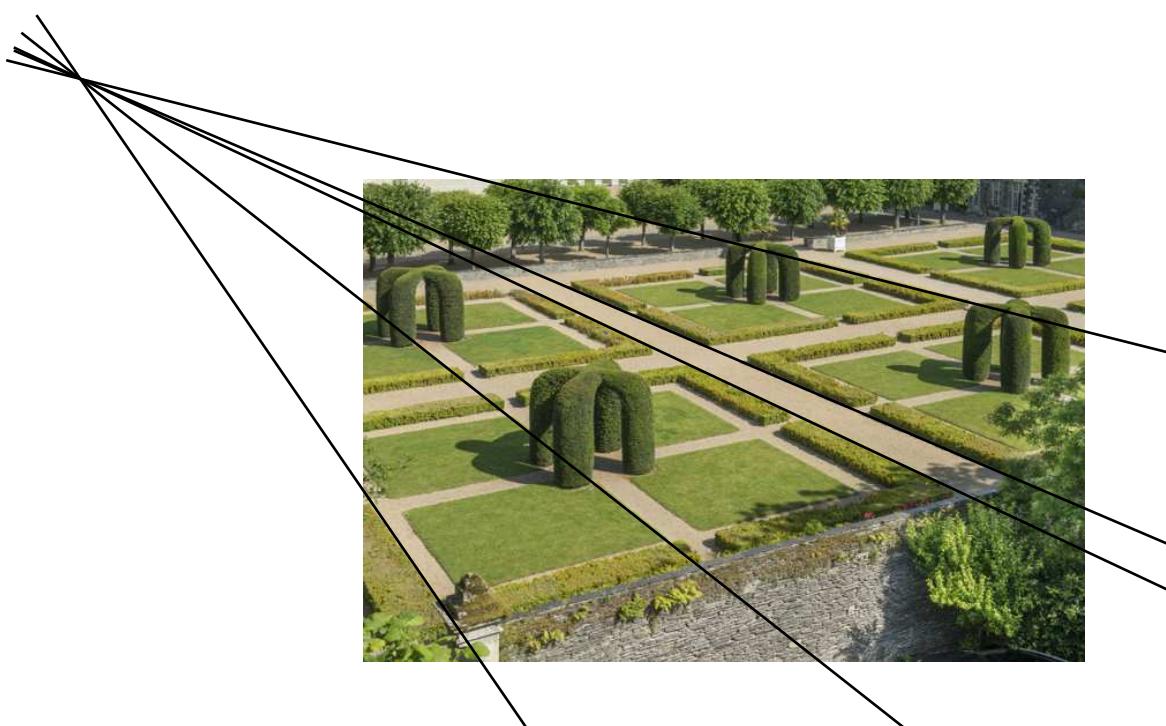
2.c Lignes et point de fuite

Les droites parallèles sont représentées en perspective centrale par des droites sécantes en un point appelé point de fuite.

Les droites parallèles qui sont chacune contenue dans un plan frontal sont représentées par des droites parallèles.

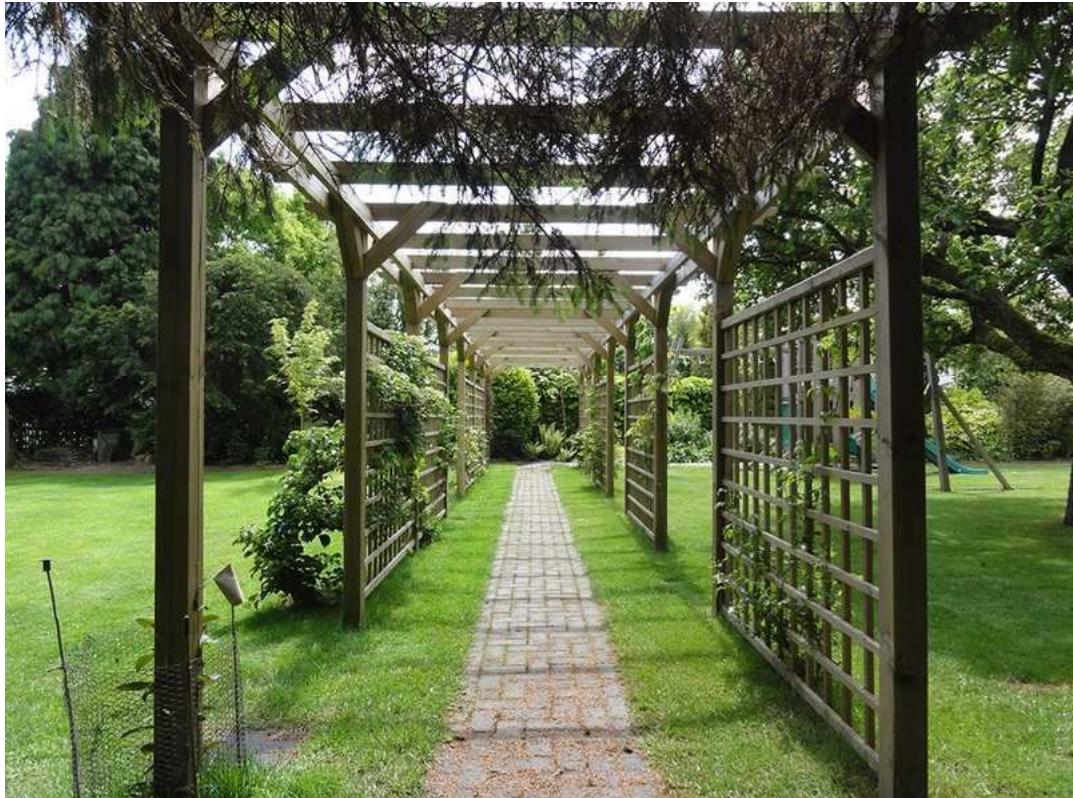
Un point de fuite est un point du plan de représentation, mais il peut être situé hors de l'image.

❖ Exemple 2.



- Le point d'intersection de l'axe de vision et du plan de représentation est appelé **point de fuite principal**. Dans le schéma de la section 2.b, le point P est le point de fuite principal.
Toutes les droites perpendiculaires au plan de représentation sont représentées par des droites convergeant vers le point de fuite principal.

❖ **Exemple 3.**



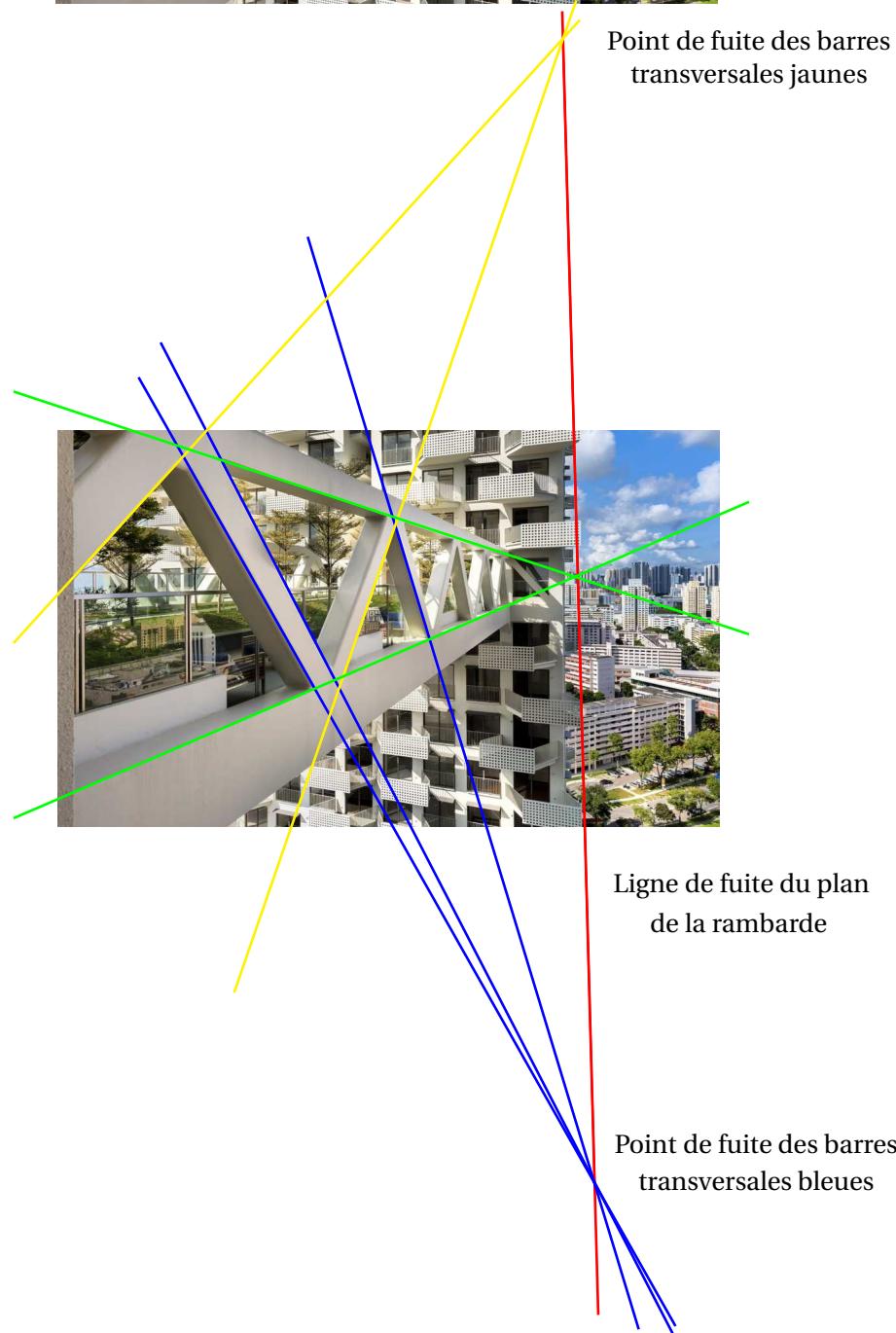
On voit bien dans ce dernier exemple que les verticales, qui appartiennent chacune à un plan frontal, sont représentées par des droites parallèles.

- On appelle **ligne de fuite** d'un plan la droite d'intersection du plan parallèle à ce plan passant par le point de vue et du plan de représentation.

Un plan frontal n'a donc pas de ligne de fuite, puisqu'il est parallèle au plan de représentation.

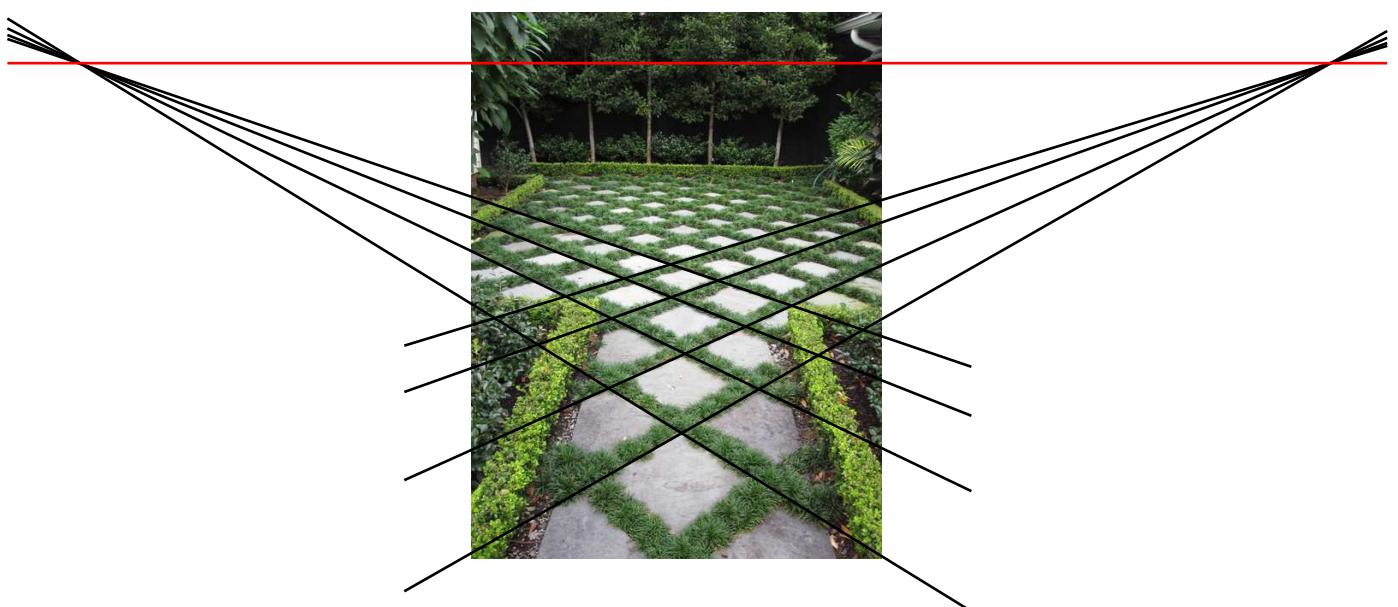
Tous les points de fuite des droites contenues dans un plan sont situés sur la ligne de fuite de ce plan.

❖ Exemple 4.



- Deux plans non frontaux parallèles ont la même ligne de fuite.
- La **ligne d'horizon** est la ligne de fuite des plans horizontaux.
Si l'axe de vision est horizontal, le point de fuite principal est situé sur la ligne d'horizon.
Quand l'axe de vision est parallèle au sol, la ligne d'horizon est la ligne de fuite du plan du sol.
Quand l'axe de vision n'est pas parallèle au sol, la ligne d'horizon n'est pas forcément dans l'image.

❖ **Exemple 5.**



- Les points alignés sont représentés par des points alignés. (conservation de l'alignement)
- Contrairement à la perspective parallèle, la perspective centrale ne conserve pas les milieux, ni le parallélisme.

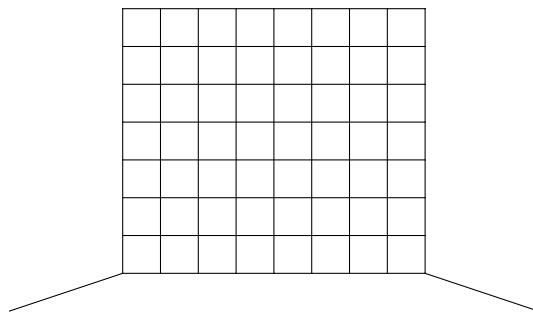
2.d Représentations

> Quadrillage

On considère que chaque carreau est un carré.

> Quadrillage sur un plan frontal :

La perspective centrale ne déforme pas un quadrillage (ni aucune autre figure) lorsque celui-ci se trouve sur un plan frontal.



> Quadrillage horizontal :

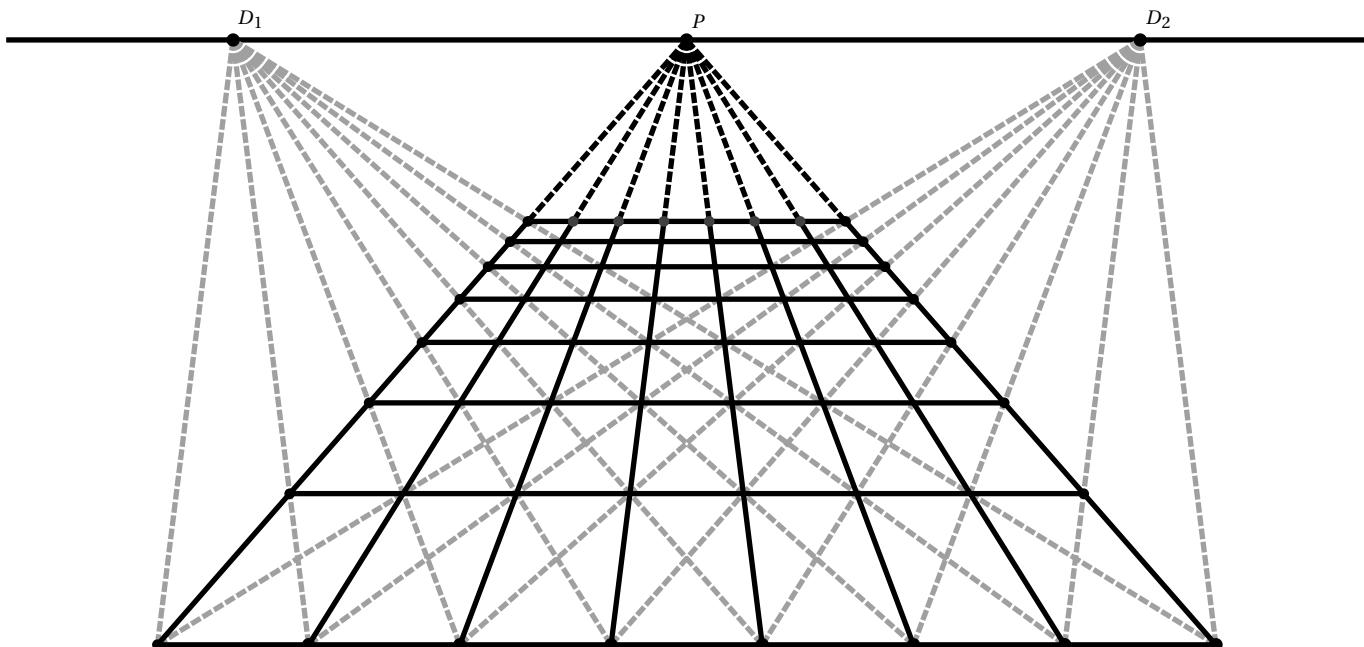
Pour construire un quadrillage horizontal, il faut connaître :

- la ligne d'horizon et le point de fuite principal P
- la distance orthoscopique
- un côté d'un carré

La distance orthoscopique d permet de placer deux points D_1 et D_2 tels que $D_1P = D_2P = d$.

On appelle ces points : points de distance. Les points de distance sont les points de fuite des diagonales des carrés.

1. On place le côté du carré horizontalement sur le dessin.
2. On trace toutes les droites passant par les extrémités de ce segment et par P , D_1 et D_2 .
Les points d'intersection des droites ainsi tracées correspondent aux autres sommets du carré.
3. On procède ainsi de suite pour le reste du quadrillage.

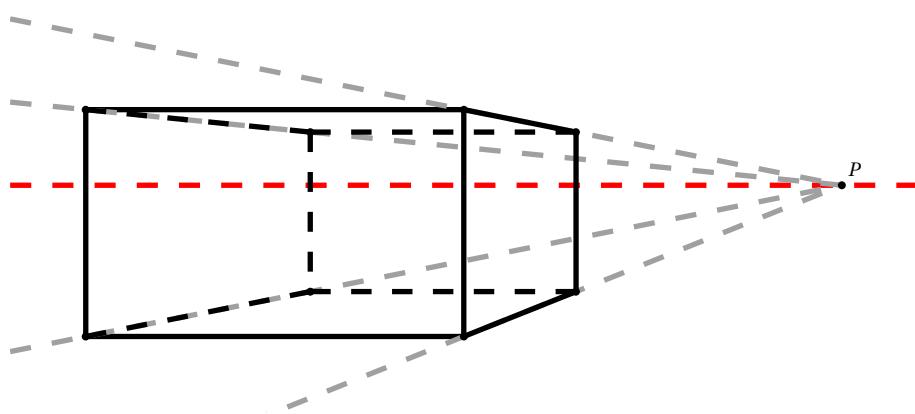


La méthode est similaire pour un quadrillage vertical : on procède alors avec la ligne de fuite des plans verticaux.

> Exemples de solides

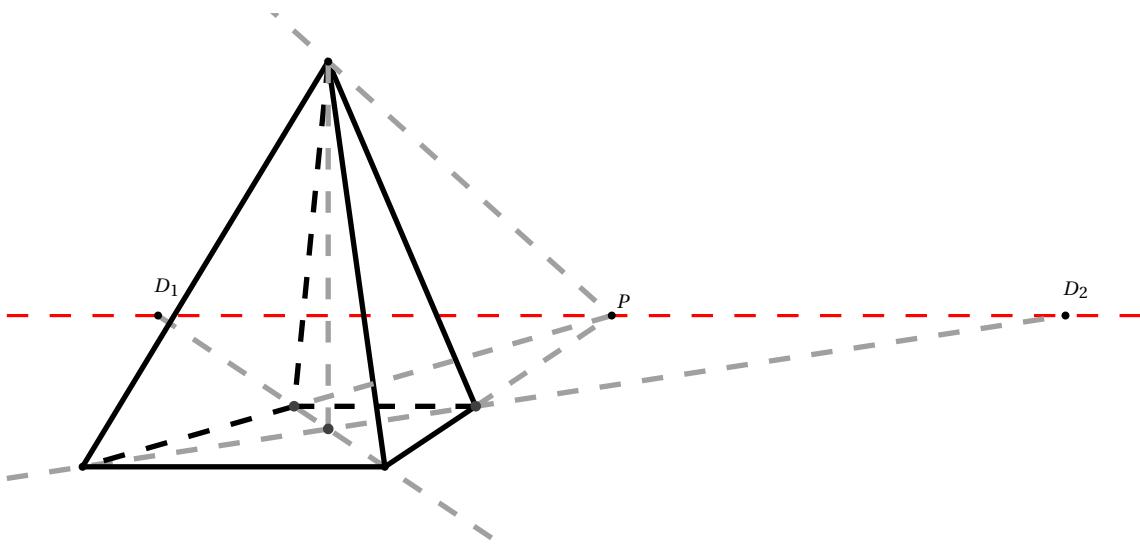
Pour représenter des solides, on utilise de même points et lignes de fuite pour la construction.

> Parallélépipède rectangle :



Dans cet exemple, la face avant du parallélépipède est dans un plan frontal.

> Pyramide :



Dans cet exemple, la base est carrée, construite selon les modalités vues précédemment.

➤ Ombres portées

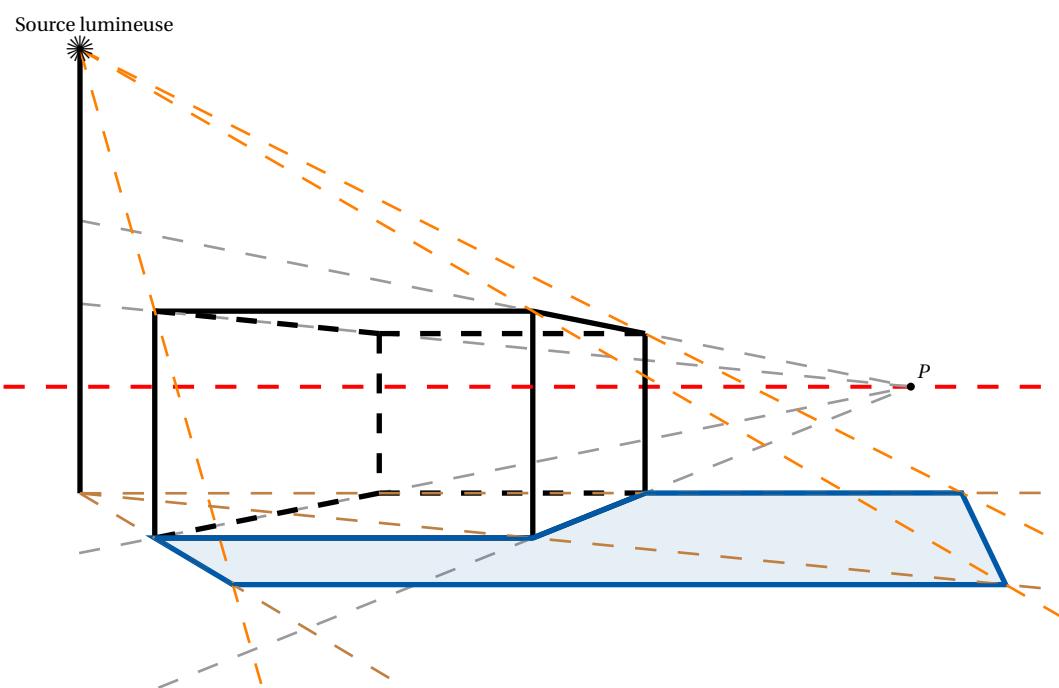
- L'**ombre propre** d'un objet est la partie de lui-même que ne peuvent atteindre les rayons de la source lumineuse.
- L'**ombre portée** d'un objet est la partie d'une surface de projection (le plus souvent, le sol) pour laquelle l'objet fait obstacle aux rayons de la source lumineuse.

Construction :

Pour construire l'ombre portée d'un objet, il faut connaître :

- la source lumineuse (représentée par un point)
- les contours de l'objet
- le plan de projection

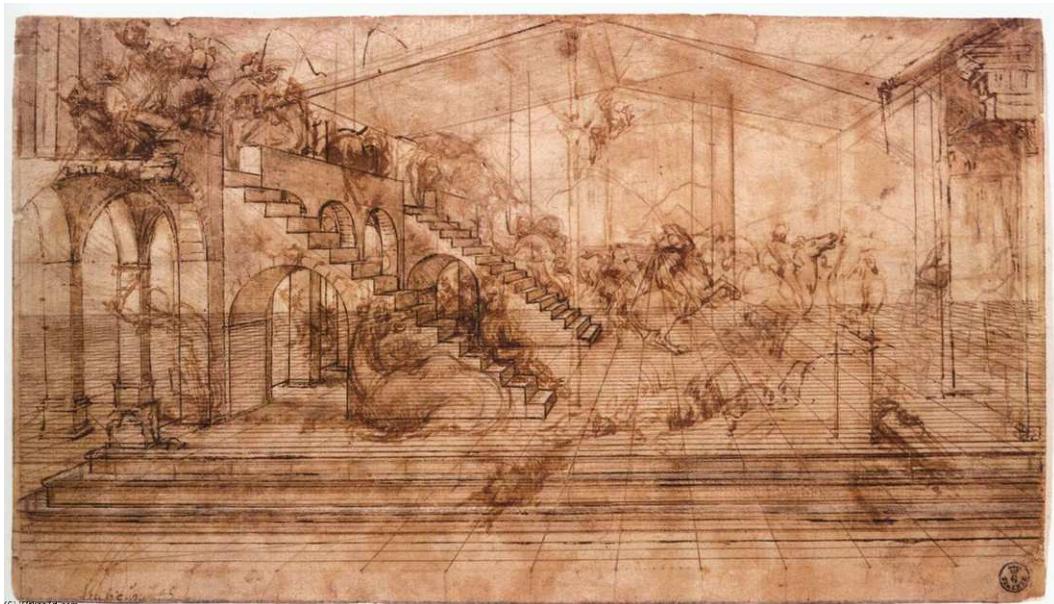
1. On trace la perpendiculaire au plan de projection passant par la source lumineuse, ainsi que la perpendiculaire au plan de projection passant par le sommet de l'objet.
2. On trace la droite passant par la source lumineuse et par le sommet, ainsi que la droite passant par les deux pieds des perpendiculaires. Ces deux droites sont dans le même plan (elles sont coplanaires) : si elles ne sont pas parallèles, elles ont donc un point d'intersection. Le point d'intersection est l'ombre du sommet.
3. On procède ainsi de suite avec les autres sommets de l'objet.



2.e À vos crayons !

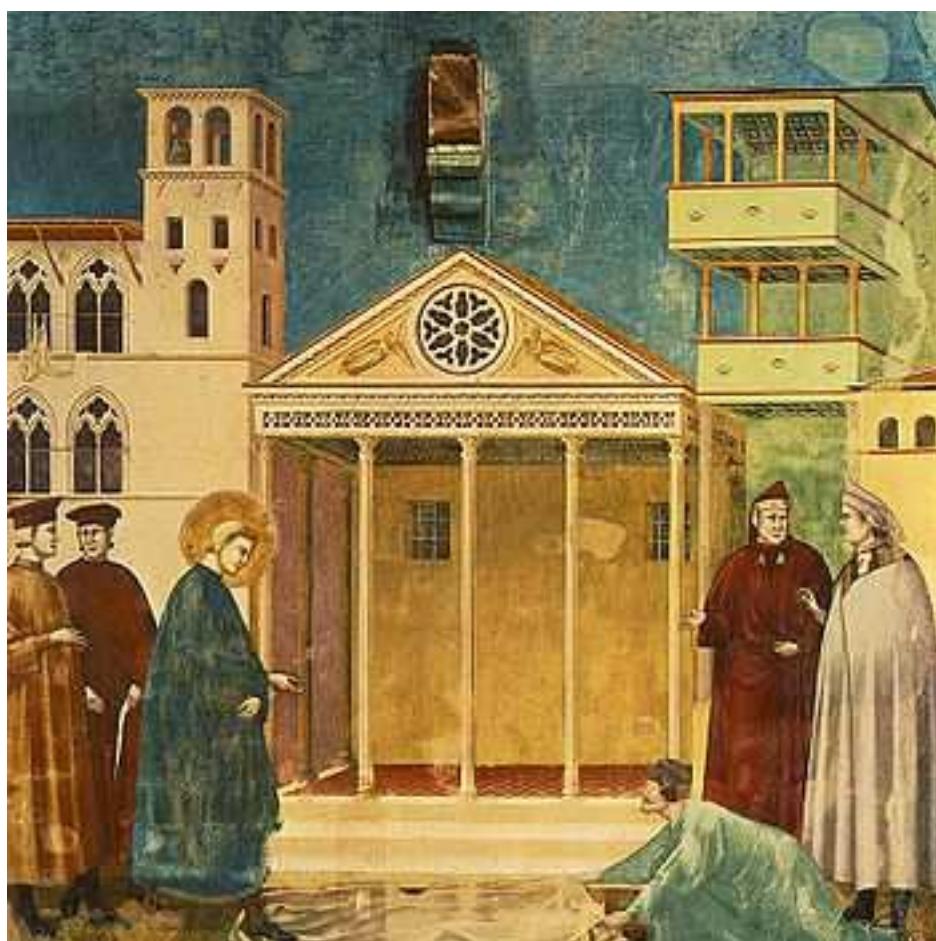
❖ Exercice 1.

Dans cette étude de l' Adoration des Mages, Léonard de Vinci a dessiné toutes les lignes utiles à la création de la perspective. Trouver le point de fuite et la ligne d'horizon.



❖ Exercice 2.

Cette œuvre de Giotto di Bondone est-elle en perspective centrale ?



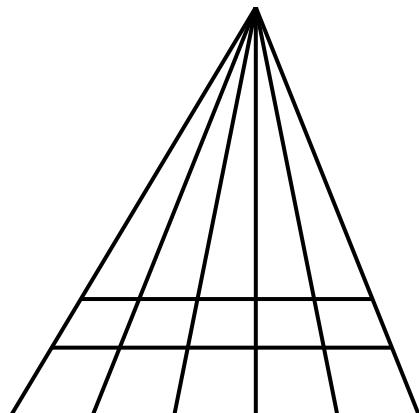
❖ **Exercice 3.**

Les diagonales des carreaux d'un carrelage de motif carré ou rectangulaire forment des lignes parallèles dans la réalité ; elles auront donc un point de fuite.

Trouver le point de fuite de diagonales sur la figure ci-dessous, et faire apparaître les rangées suivantes de carrelage.

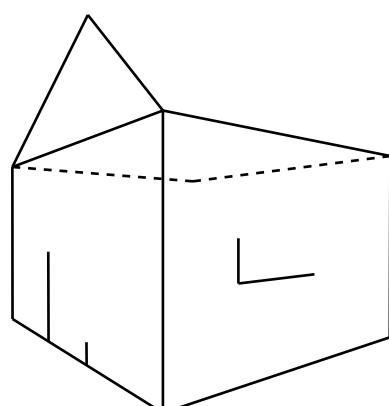
Les peintres de la Renaissance se sont heurtés au problème de la représentation d'un carrelage au sol. Certains peintres dessinaient les largeurs des carreaux vers le point de fuite en les diminuant chaque fois de $1/3$. Alberti a démontré que cela était faux.

Évaluer sur la figure la largeur des carreaux dans chaque rangée.



❖ **Exercice 4.**

Compléter le dessin ci-dessous représentant un abri de jardin en perspective centrale.



❖ **Exercice 5.**

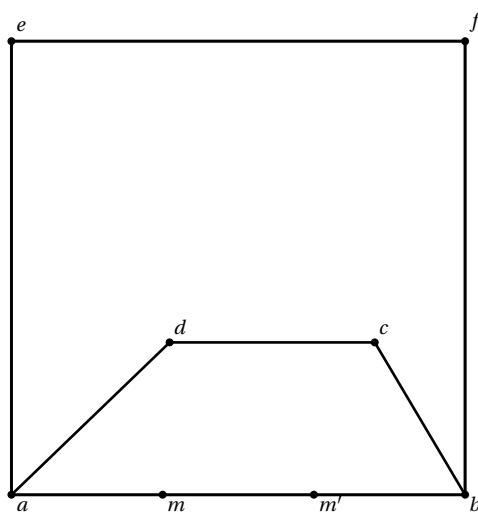
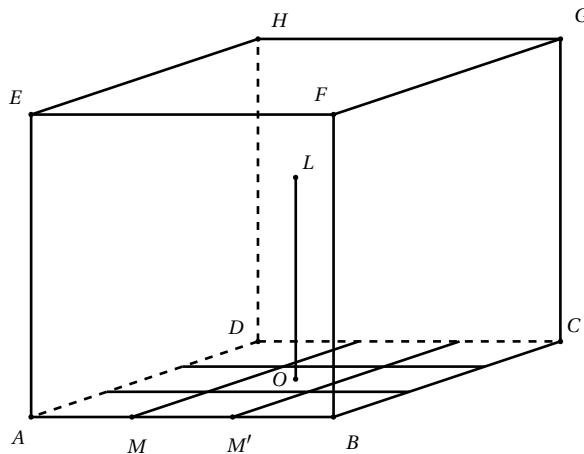
Ajouter un lampadaire sur le schéma précédent et construire l'ombre portée.

❖ **Exercice 6.**

Le dessin ci-après représente en perspective parallèle l'intérieur d'une salle dont la largeur, la longueur et la hauteur ont même mesure α . Le sol $ABCD$ de cette salle est constitué de neuf dalles carrées de dimension identique. Au centre O de cette salle est placé un lampadaire dont la hauteur mesure les deux tiers de α .

Sur le dessin ci-dessous cette salle est représentée en perspective centrale, le mur $ABFE$ étant dans un plan frontal. Les points a, b, c, d, e, f, m et m' représentent respectivement A, B, C, D, E, F, M et M' .

1. Construire la représentation des neuf dalles qui recouvrent le sol de la salle.
2.
 - a. Construire le point o qui représente le point O .
 - b. Construire le point l qui représente le sommet L du lampadaire.



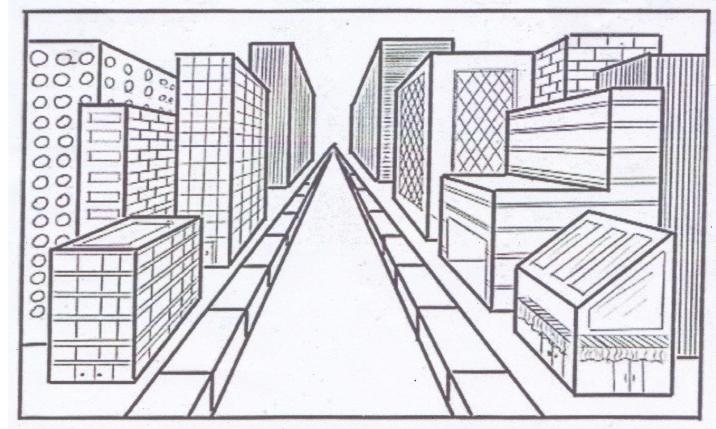
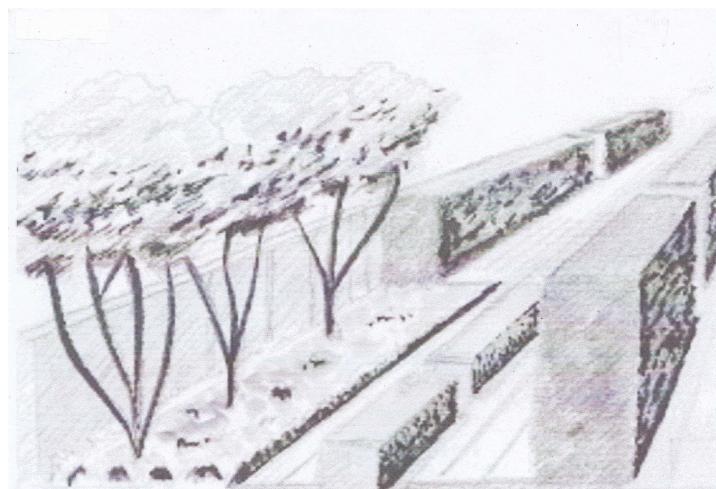
❖ **Exercice 7.**

Vous avez carte blanche ! Réalisez un dessin en perspective centrale d'un jardin en mettant en pratique les techniques de construction présentées dans cette partie.

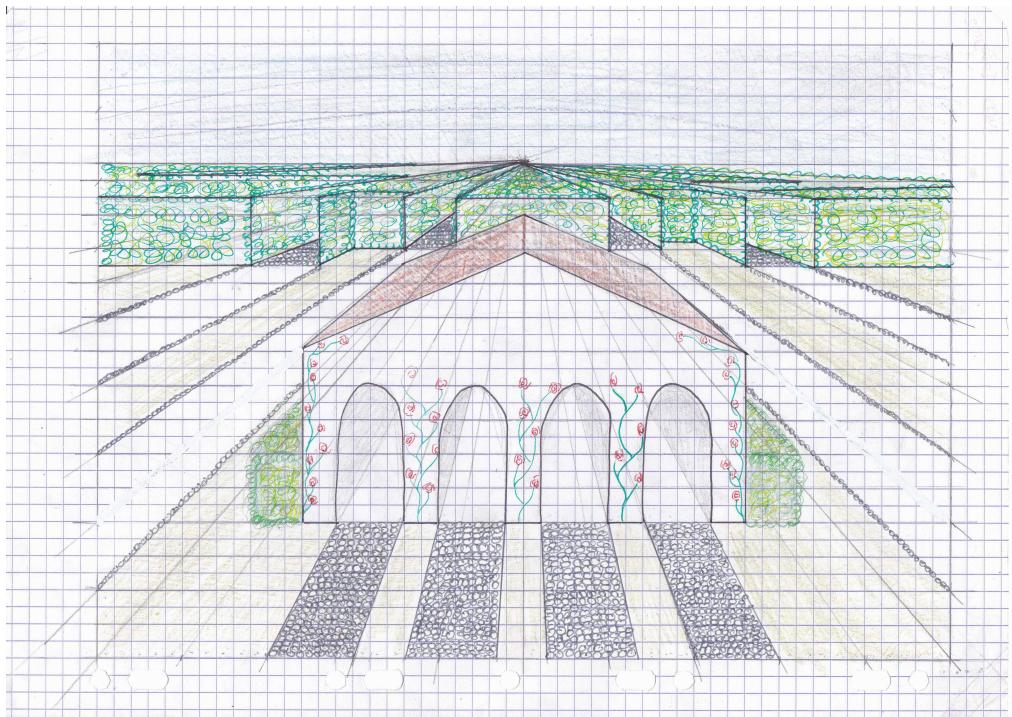
3 Productions des élèves



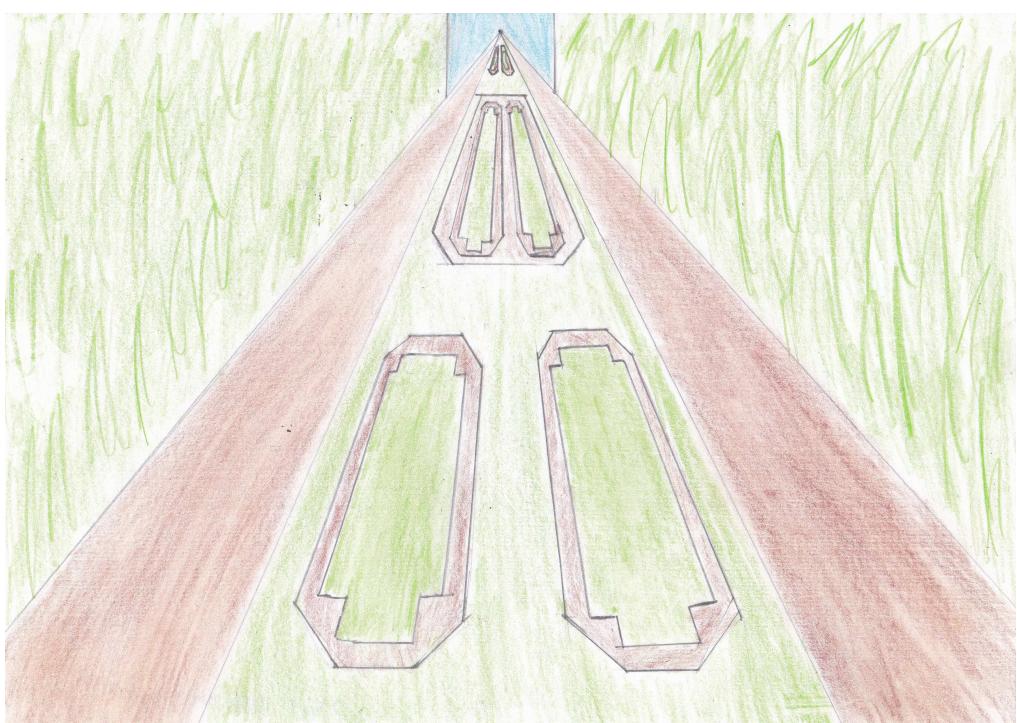
Cloé Plaquet



Joeffrey Louis-Mesnage



Inès Syed



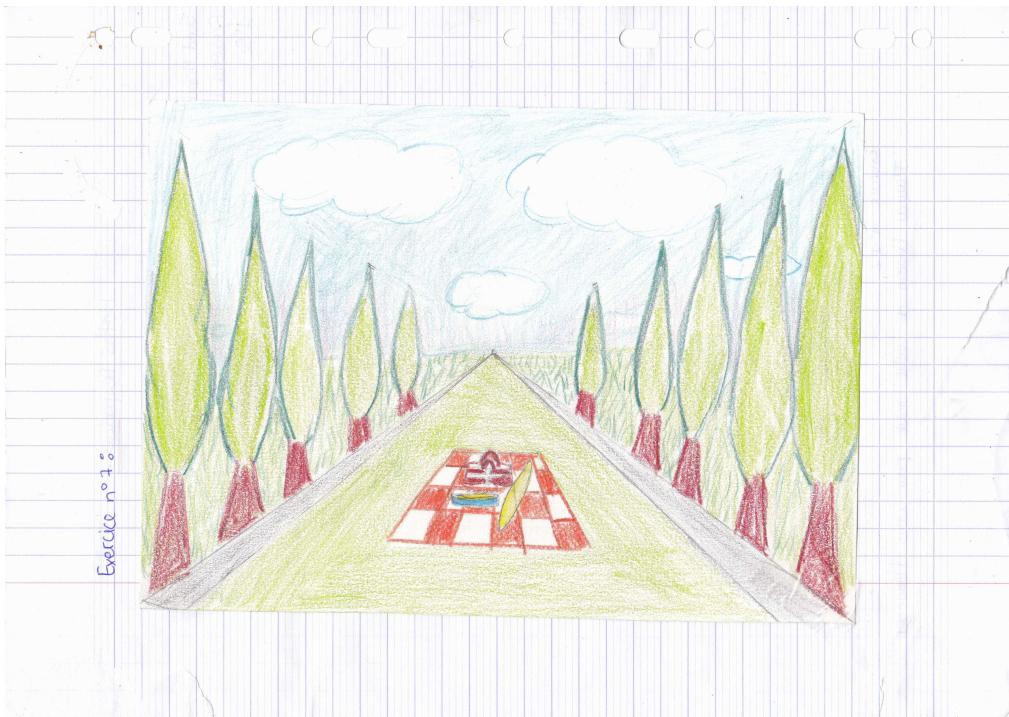
Daniella Amaglo



Néné Traore



Manel Toukabri



Raseena Nilufar Said Mohamad



YaseminCan

4 Anamorphose de François Abélanet

