

Chapitre 3 : puissances d'exposant entier relatif

I- Puissance d'un nombre relatif

a) Puissance d'exposant entier positif

Définition : Soit a un nombre relatif et n un entier positif.

a^n est une **puissance** du nombre a d'exposant n et se lit « a puissance n » ou « a exposant n » et est défini par :

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- Si $n \geq 2$, alors est le produit de n facteurs tous égaux à a : $a^n = a \times a \times \dots \times a$.

Remarque : $0^n = 0$; avec $n \geq 1$

$1^n = 1$; pour entier relatif n .

Vocabulaire : a^2 se lit « a au carré » ; a^2 est le carré de a .

a^3 se lit « a au cube » ; a^3 est le cube de a .

Exemples : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$, se lit « trois exposant quatre ».

Remarque : la puissance d'un nombre négatif d'exposant un nombre impair est un nombre négatif.

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8.$$

b) Puissance d'exposant entier négatif

Définition : Soit a un nombre relatif **non nul** et n un entier positif non nul.

Le nombre a^{-n} est l'inverse du nombre a^n , c'est-à-dire $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Cas particulier : pour $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$.

Exemple : $3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$.

II- règles de calcul

Propriétés : Soit a et b deux nombres non nuls, m et n deux entiers relatifs.

$a^n \times a^m = a^{n+m}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{nm}$

III- Calcul d'une expression utilisant les puissances

Propriétés :

- dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- En présence de parenthèse, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemple : $A = 2 - 3^2$

$$A = 2 - 9$$

$$A = -7$$

$$B = 2 \times 3^2$$

$$B = 2 \times 9$$

$$B = 18$$

$$C = (2 - 3)^2$$

$$C = (-1)^2$$

$$C = 1$$

Remarques : $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$ et $-5^2 = -(5 \times 5)$ on a donc : $(-5)^2 \neq -5^2$

IV- Cas particulier des puissances de 10

a) Calcul d'une puissance de 10

Propriété : soit n un nombre entier positif non nul.

10^n est le produit de n facteurs tous égaux à 10 : $10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = 100 \dots 0$.

Propriété : soit n un nombre entier positif non nul.

10^{-n} est l'inverse du nombre : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{10 \times 10 \times \dots \times 10} = 0,0 \dots 01$.

Propriété : pour multiplier un nombre en écriture décimale :

- Par 10^n , on décale la virgule de n rangs vers la droite.
- Par 10^{-n} , on décale la virgule de n rangs vers la gauche.

En complétant éventuellement avec des zéros.

b) règles de calcul.

Propriétés : Soit m et n deux entiers relatifs.

$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$
$\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$
$(10^n)^m = 10^{nm}$

Exemples :

$$10^5 \times 10^2 = 10^7$$

$$\frac{10^7}{10^2} = 10^5$$

$$(10^2)^5 = 10^{10}$$

V- écriture scientifique d'un nombre décimal.

Remarque : tout nombre décimal peut s'écrire sous différentes formes utilisant des puissances de 10.

Exemple : $12\,835\,000 = 12\,835 \times 10^3 = 12,835 \times 10^6$

Définition : l'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'unique écriture de la forme $a \times 10^n$ dans laquelle : a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$;
 n est un nombre entier relatif.

Exemples : l'écriture scientifique du nombre 12 835 000 est $1,2835 \times 10^7$.
l'écriture scientifique du nombre 0,003 125 est $3,125 \times 10^{-3}$.