

BTS Groupement A

Formulaire de mathématiques autorisé.

Exercice 1

6 points

Soit les nombres complexes $a = 4 + 4j$; $b = 3 - \sqrt{3}j$ et $z = \frac{a^3}{b^4}$.

1. Donner le module et un argument de a et b .
2. Ecrire z sous forme exponentielle et trigonométrique.
3. Soit, dans un repère du plan complexe, les points A et B d'affixes a et b .
Calculer la distance AB .

Exercice 2

14 points

On considère la fonction φ définie sur \mathbb{R} , 2-périodique, et telle que :

$$\begin{cases} \varphi(t) = t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ \varphi(t) = 1 & \text{si } 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

On note $S(t)$ le développement de Fourier associé à la fonction φ ; les coefficients de Fourier associés à la fonction φ sont notés a_0 , a_n , b_n où n est un nombre entier naturel non nul.

1. Représenter graphiquement la fonction φ sur l'intervalle $[-4; 4]$.
2. a. Calculer a_0 , la valeur moyenne de la fonction φ sur une période.
b. On rappelle que pour une fonction f , périodique de période T le carré de la valeur efficace sur une période est donné par : $\mu_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt$.
Calculer μ_{eff} , la valeur efficace de la fonction φ sur une période.
3. Calculer les coefficients a_n de la série de Fourier de φ .

On admet pour la suite que, pour tout $n \geq 1$, $b_n = 0$.

4. Ecrire la série de Fourier S associé à la fonction φ .
A-t-on, pour tout réel t , $S(t) = \varphi(t)$?