Correction des exercices sur les complexes (complexes, pts, vecteurs)

3 Alignements de points.

Ex1 $\overrightarrow{AB}(z_B - z_A)$ avec $z_B - z_A = (4+2i) - (1+i) = 3+i$

de même $\overrightarrow{AC}(-6-2i)$.

$z_{\overrightarrow{AC}} = -6-2i = -2(3+i) = -2z_{\overrightarrow{AB}}$ donc $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont donc colinéaires

Les points A, B, C sont donc alignés.

Ex2 $z_{\overrightarrow{EF}} = z_F - z_E = -4+i$ $\quad z_{\overrightarrow{EG}} = z_G - z_E = 5-2i$

On cherche s'il existe un réel k tel que $z_{\overrightarrow{EG}} = k z_{\overrightarrow{EF}}$

ce qui se traduit par $\begin{cases} 5 = -4 \times k \\ -2 = 1 \times k \end{cases}$

ce système n'a pas de solution $(-\frac{5}{4} \neq -2)$.

donc $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF}$ ne sont pas colinéaires

donc E, F, G ne sont pas alignés.

⚠ Remarque : on peut choisir d'autres vecteurs construits avec les points E, F, G et on obtient le même résultat !

4 Cercles, triangles et quadrilatères

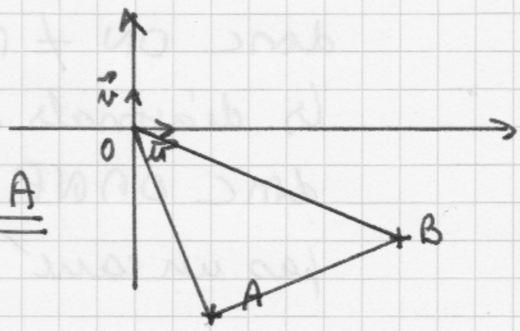
Ex1 $AB = |z_B - z_A| = |1 + 5i\sqrt{3}| = \sqrt{1^2 + (5\sqrt{3})^2} = \sqrt{76}$

$AC = |z_C - z_A| = |8 + 2i\sqrt{3}| = \sqrt{8^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{76}$

$BC = |z_C - z_B| = |7 - 3i\sqrt{3}| = \sqrt{7^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{76}$

donc $AB = AC = BC$

donc ABC est équilatéral.



Ex2 D'après la figure, il semble que OAB soit isocèle rectangle en A

- $OA = |z_A| = |2-5i| = \sqrt{29}$

  $AB = |z_B - z_A| = |5+2i| = \sqrt{29}$

  donc OAB est isocèle en A.

- $OB = |z_B| = \sqrt{58}$ donc $OB^2 = 58$

  $OA = AB = \sqrt{29}$ donc $OA^2 + AB^2 = 29 + 29 = 58$

  donc $OB^2 = OA^2 + AB^2$

  Par la réciproque du théorème de Pythagore, OAB est rectangle en A.

Ex3 corrigé en classe.

Ex4 a) $z_N = \overline{z_M}$ donc M et N sont symétriques par rapport à l'axe réel.

b) $OM = |z_M| = |\sqrt{3}+i| = 2$

$ON = |z_N| = |z_M| = 2$

car z_N et z_M sont 2 complexes conjugués

$OP = |-2i| = 2$.

donc $OM = ON = OP = 2$

donc M, N, P sont sur le cercle de centre O de rayon 2

c) $\left.\begin{array}{l} z_P = -2i \\ z_N - z_M = -2i \end{array}\right\}$ donc $z_P = z_N - z_M$

c'est à dire $z_{\overrightarrow{OP}} = z_{\overrightarrow{MN}}$

On en déduit que $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{MN}$

donc OMNP est un parallélogramme.

De plus, $OM = OP$ donc deux côtés consécutifs de OMNP ont même longueur

Donc OMNP est un losange.

d) les diagonales de OMNP sont [ON] et [MP]

avec $ON = 2$ et $MP = |z_P - z_M| = |-\sqrt{3} - 3i| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

donc $ON \neq MP$

les diagonales de OMNP n'ont pas même longueur

donc OMNP n'est pas un donc ce n'est pas un carré.