Barème sur 7

NOM : Sujet A

INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES N°3

1°) Énoncer la définition de «la suite (u_n) a pour limite $-\infty$ »

Si tout intervalle de la forme $]-\infty ; A[$ $(A \in \mathbb{R})$ contient tous les termes de (u_n) à partir d'un certain rang, la suite (u_n) a pour limite $-\infty$. 0,5

2°) Énoncer la définition de «la suite (u_n) a pour limite le réel 1 ».

Si tout intervalle ouvert contenant 1 contient tous les termes de (u_n) à partir d'un certain rang, la limite de (u_n) est 1. 0,5

3°) Traduire en termes de limite l'information suivante :
Pour tout réel α strictement positif, il existe un rang n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$, $3-\alpha < u_n < 3+\alpha$.

$u_n \in]3-\alpha ; 3+\alpha[$

Cela signifie que tout intervalle ouvert centré ~~sur 3~~ contient tous les termes de (u_n) à partir d'un certain rang donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 3$. 0,5

4°) Donner le terme général d'une suite dans chacun des cas suivants :
a) la suite n'est pas constante et converge vers -5

exemple : $u_n = -5 + \frac{1}{n}$ $(n \geq 1)$ 0,5

b) la suite est géométrique et converge

exemple : $u_n = 0,7^n$ (toute suite géométrique de raison q comprise entre -1 et 1 converge vers 0) 0,5

c) la suite n'admet pas de limite

exemple : $u_n = \sin n$ 0,5

5°) Soient (u_n) et (v_n) deux suites. Donner, pour chaque opération (**somme, produit, quotient**), les valeurs de $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$ menant à des formes indéterminées.

- somme : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \pm\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \mp\infty$
- produit : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \pm\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ (ou le contraire)
- quotient : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \pm\infty$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \pm\infty$

  $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$

1

6°) Pour les limites suivantes, dire celles qui s'obtiennent par les règles opératoires (**RO**) et celles qui sont des formes indéterminées (**FI**) en notant comme au brouillon les limites qui apparaissent dans les calculs (<u>**on ne demande pas de donner le résultat de la limite proposée**</u>)

a) $\lim\limits_{n \to +\infty} \underbrace{n^2}_{\to +\infty} + \underbrace{n-1}_{\to +\infty}$ RO

b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \underbrace{(n+1)}_{\to +\infty}\underbrace{(5-\sqrt{n})}_{\to -\infty}$ RO

c) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{0,5^n \to 0}{n \to +\infty}$ RO

d) $\lim\limits_{n \to +\infty} \underbrace{n}_{\to +\infty}\underbrace{e^{-n}}_{\to 0}$ FI

⚠ $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$

e) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1-\frac{6}{n^2} \to 1}{2+\frac{1}{n} \to 2}$ RO

f) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n^3 \to +\infty}{5n^2+3 \to +\infty}$ FI

$6 \times 0,5$

Barème sur 7

NOM : Sujet B

INTERROGATION DE MATHÉMATIQUES N°3

1°) Énoncer la définition de «la suite (u_n) a pour limite 5 ».

Si tout intervalle ouvert contenant 5 contient tous les termes de (u_n) à partir d'un certain rang, $\lim_{n\to+\infty} u_n = 5$.

0,5

2°) Énoncer la définition de «la suite (u_n) a pour limite $+\infty$ »

Si tout intervalle de la forme $]A;+\infty[$ $(A\in\mathbb{R})$ contient tous les termes de (u_n) à partir d'un certain rang, (u_n) a pour limite $+\infty$.

0,5

3°) Traduire en termes de limite l'information suivante :

$u_n \in \left]\frac{1}{2}-\alpha ; \frac{1}{2}+\alpha\right[$

Pour tout réel α strictement positif, il existe un rang n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$, $\frac{1}{2}-\alpha < u_n < \frac{1}{2}+\alpha$.

Cela signifie que tout intervalle ouvert centré sur $\frac{1}{2}$ contient tous les termes de (u_n) à partir d'un certain rang donc $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$.

0,5

4°) Donner le terme général d'une suite dans chacun des cas suivants :

a) la suite n'est pas constante et converge vers 3

exemple : $u_n = 3 + \frac{1}{n}$ $(n \geq 1)$ 0,5

b) la suite n'admet pas de limite

exemple : $u_n = (-1)^n$ 0,5

c) la suite est géométrique et diverge

exemple : $u_n = 5^n$ (on peut aussi proposer une suite géométrique qui n'a pas de limite comme $u_n = (-2)^n$). 0,5

5°) Soient (u_n) et (v_n) deux suites. Donner, pour chaque opération (**somme, produit, quotient**), les valeurs de $\lim_{n\to+\infty} u_n$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n$ menant à des formes indéterminées.

- somme : $\lim_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n = \mp\infty$
- produit : $\lim_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$ (ou le contraire)
- quotient : $\lim_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n = \pm\infty$

  $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$.

1

6°) Pour les limites suivantes, dire celles qui s'obtiennent par les règles opératoires (**RO**) et celles qui sont des formes indéterminées (**FI**) en notant comme au brouillon les limites qui apparaissent dans les calculs (**<u>on ne demande pas de donner le résultat de la limite proposée</u>**)

⚠ $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$.

a) $\lim_{n\to+\infty} \underbrace{n^2}_{\to+\infty} \underbrace{-n+1}_{\to-\infty}$ FI

c) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\overbrace{0{,}5^n}^{\to 0}}{\underbrace{n}_{\to+\infty}}$ RO

e) $\lim_{n\to+\infty} \underbrace{n}_{\to+\infty}\underbrace{e^{-n}}_{\to 0}$ FI

b) $\lim_{n\to+\infty} \underbrace{(n+1)}_{\to+\infty}\underbrace{(5-\sqrt{n})}_{\to-\infty}$ RO

d) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\overbrace{n^3}^{\to+\infty}}{\underbrace{5n^2+3}_{\to+\infty}}$ FI

f) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\overbrace{2+\frac{6}{n^2}}^{\to 2}}{\underbrace{1-\frac{1}{n}}_{\to 1}}$ RO

6 × 0,5