

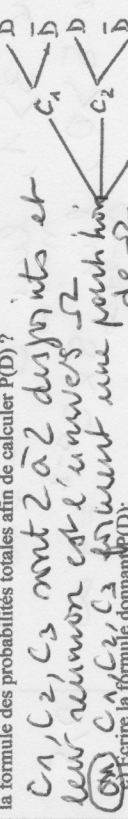
Probabilités

Les trois questions sont indépendantes

1°) Soit  $\Omega$  l'univers d'une expérience aléatoire muni d'une loi de probabilité P  
 a) Soit B un événement tel que  $P(B) \neq 0$ . Donner la formule permettant de calculer la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

b) Que vérifient les événements  $C_1, C_2$  et  $C_3$  apparaissant dans l'arbre ci-dessous si on veut utiliser la formule des probabilités totales afin de calculer  $P(D)$ ?



$$P(D) = P(C_1 \cap D) + P(C_2 \cap D) + P(C_3 \cap D)$$

2°) On donne l'arbre ci-contre.

a) Donner la signification du nombre 0,7

$$0,7 = P_A(B)$$

b) Compléter l'arbre.

c) Calculer  $P(A \cap B), P(B)$  et  $P_B(A)$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,2 \times 0,3 = 0,06$$

$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,06 + 0,14 = 0,2$  car A et  $\bar{A}$  forment une partition de l'univers.

$$P_B(A) = 0,8 \times 0,5 + 0,2 \times 0,7 = 0,54$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,8 \times 0,5}{0,2} = \frac{0,4}{0,2} = 2$$

3°) a) Donner la définition de deux événements indépendants

Deux événements A et B sont indépendants

$$\text{si } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

b) Montrer que si C et D sont deux événements indépendants, alors C et  $\bar{D}$  le sont aussi.

$$\text{hypothèse : } P(C \cap D) = P(C) \times P(D)$$

Comme D et  $\bar{D}$  forment une partition de l'univers

$$P(C) = P(C \cap D) + P(C \cap \bar{D})$$

$$\text{donc } P(C \cap \bar{D}) = P(C) - P(C \cap D) = P(C) - P(C) \times P(D)$$

$$= P(C) \times (1 - P(D)) = P(C) \times P(\bar{D})$$

donc C et  $\bar{D}$  sont bien indépendants.

prob  
sur 5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

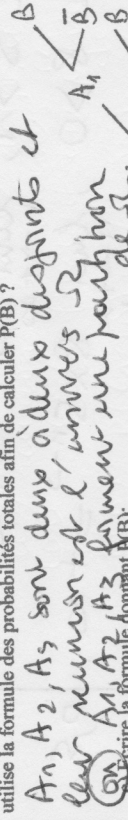
Probabilités

Les trois questions sont indépendantes

1°) Soit  $\Omega$  l'univers d'une expérience aléatoire muni d'une loi de probabilité P  
 a) Soit A un événement tel que  $P(A) \neq 0$ . Donner la formule permettant de calculer la probabilité de l'événement B sachant que l'événement A est réalisé.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

b) Que vérifient les événements  $A_1, A_2$  et  $A_3$  apparaissant dans l'arbre ci-dessous si on veut utiliser la formule des probabilités totales afin de calculer  $P(B)$ ?



$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B)$$

2°) On donne l'arbre ci-contre.

a) Donner la signification du nombre 0,4

$$0,4 = P_C(\bar{D})$$

b) Compléter l'arbre.

c) Calculer  $P(C \cap \bar{D}), P(D)$  et  $P_B(C)$

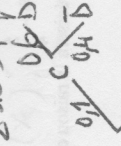
$$P(C \cap \bar{D}) = P(C) \times P_C(\bar{D}) = 0,9 \times 0,5 = 0,45$$

$P(D) = P(C \cap D) + P(\bar{C} \cap D) = 0,1 \times 0,4 + 0,9 \times 0,5 = 0,54$  car C et  $\bar{C}$  forment une partition de l'univers

0,5

0,5

0,5



$$P_B(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{0,1 \times 0,4}{0,54} = \frac{0,04}{0,54} = \frac{4}{54}$$

3°) a) Donner la définition de deux événements indépendants

Deux événements A et B sont indépendants

$$\text{si } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

b) Montrer que si E et F sont deux événements indépendants, alors E et  $\bar{F}$  le sont aussi.

$$\text{hypothèse : } P(E \cap F) = P(E) \times P(F)$$

Comme F et  $\bar{F}$  forment une partition de l'univers

$$P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap \bar{F})$$

$$\text{donc } P(E \cap \bar{F}) = P(E) - P(E \cap F) = P(E) - P(E) \times P(F)$$

$$= P(E) \times (1 - P(F)) = P(E) \times P(\bar{F})$$

donc E et  $\bar{F}$  sont bien indépendants

prob  
sur 5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

1

Suites géométriques

Les deux questions sont indépendantes

- 1°) Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison 3 et de premier terme  $u_2 = 5$ .  
 a) Pour tout entier  $n \geq 2$ , donner l'expression de  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .

$u_{n+1} = 3u_n$

- b) Pour tout entier  $n \geq 2$ , donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$u_n = u_2 \times 3^{n-2} = 5 \times 3^{n-2}$

- c) Donner en justifiant la limite de la suite  $(u_n)$

comme  $3 > 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3^{n-2} = +\infty$

comme  $5 > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \times 3^{n-2} = +\infty$

- 2°) Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  par  $v_0 = \frac{1}{3}$  et pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = 5 - 2v_n$ .

Soit  $(w_n)$  la suite définie pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  par  $w_n = v_n - \frac{5}{3}$  (\*)

Montrer que  $(w_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

Par tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,

$w_{n+1} = v_{n+1} - \frac{5}{3}$

$= 5 - 2v_n - \frac{5}{3}$

$= -2v_n + \frac{10}{3}$

$= -2(w_n + \frac{5}{3}) + \frac{10}{3}$

$= -2w_n$

$(w_n)$  est donc une suite géométrique de raison  $-2$ .

$w_0 = v_0 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{4}{3}$

1<sup>er</sup> terme de  $(w_n)$

objet B

Suites

SW 3

0,5

0,5

0,5

1,5

Suites géométriques

Les deux questions sont indépendantes

- 1°) Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison 5 et de premier terme  $u_3 = 8$ .  
 a) Pour tout entier  $n \geq 3$ , donner l'expression de  $u_{n-1}$  en fonction de  $u_n$ .

$u_{n+1} = 5u_n$

- b) Pour tout entier  $n \geq 3$ , donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$u_n = u_3 \times 5^{n-3} = 8 \times 5^{n-3}$

- c) Donner en justifiant la limite de la suite  $(u_n)$

comme  $5 > 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^{n-3} = +\infty$

comme  $8 > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 8 \times 5^{n-3} = +\infty$

- 2°) Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  par  $v_0 = \frac{1}{4}$  et pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = 5 - 3v_n$ .

Soit  $(w_n)$  la suite définie pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  par  $w_n = v_n - \frac{5}{4}$  (\*)

Montrer que  $(w_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

Par tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,

$w_{n+1} = v_{n+1} - \frac{5}{4}$

$= 5 - 3v_n - \frac{5}{4}$

$= -3v_n + \frac{15}{4}$

$= -3(v_n + \frac{5}{4}) + \frac{15}{4}$

$= -3w_n$

Donc  $(w_n)$  est une suite géométrique de raison  $-3$ .

$w_0 = v_0 - \frac{5}{4} = \frac{1}{4} - \frac{5}{4} = -1$

1<sup>er</sup> terme de  $(w_n)$

objet A

Suites

SW 3

0,5

0,5

0,5

1,5