QCM sur les complexes (suite et fin)

⑤ $\frac{1}{z} = \frac{1-i}{5+i} \iff z = \frac{5+i}{1-i}$ Ⓒ

$\iff z = \frac{(5+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

$\iff z = \frac{4+6i}{2}$

$\iff z = 2+3i$ Ⓐ

⑥ $\Delta = 3^2 - 4\times(-2)\times\left(-\frac{25}{8}\right) = 9-25 = -16 < 0$

donc l'équation a deux solutions complexes conjuguées :

$z_1 = \frac{-3+i\sqrt{16}}{-4} = \frac{3}{4} - i$ et $z_2 = \overline{z_1} = \overline{\left(\frac{3}{4}-i\right)} = \frac{3}{4}+i$ Ⓑ

$z_1 + z_2 = \left(\frac{3}{4}-i\right) + \left(\frac{3}{4}+i\right) = \frac{3}{2}$. Ⓓ

⑦ $|z| = |3i(1+i)| = |3i|\times|1+i| = 3\times\sqrt{2}$ Ⓒ

ou $|z| = |3i-3| = \sqrt{(-3)^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

⑧ $|z| = 4 \iff OM = 4$ Ⓓ

or $|z| = \sqrt{z\bar{z}} \Rightarrow |z|^2 = z\bar{z}$ donc $z\bar{z} = 16$ Ⓑ

⑨ $|z+3-i| = |z-(-3+i)| =$

$= |z_M - z_A|$ où $M(z)$ et $A(-3+i)$

$= AM$

$|z-2| = |z_M - z_B|$ où $M(z)$ et $B(2)$

$= BM$

$AM = BM \iff M$ appartient à la médiatrice de [AB] Ⓑ

Remarque : l'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z+3-i| = 7$ est le cercle de centre $A(-3+i)$ de rayon 7

car $|z+3-i| = 7 \iff |z - z_A| = 7$

$\iff AM = 7$

$\iff M \in \mathcal{C}(A\,;7)$.