

Chapitre 11. Théorème de Thalès

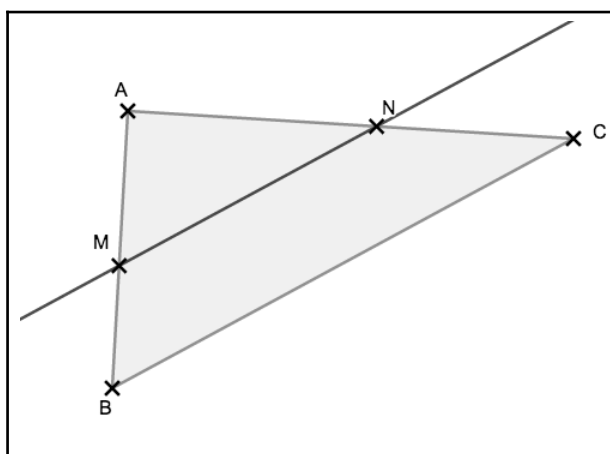
1. Dans les éléments d'Euclide

Extrait du Livre 6 des éléments d'Euclide (traduction de F.Peyrard, 1804).

Proposition 2

Si l'on conduit une droite qui soit parallèle à un des côtés d'un triangle, cette droite coupera proportionnellement les côtés de ce triangle [...]

2. Modélisation



Hypothèses :

- ABC est un triangle.
- Les points M, N appartiennent respectivement aux côtés [AB] et [AC].
- Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

La propriété affirme que le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité

AB	AC	BC
AM	AN	MN

ce qui est équivalent à : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

3. Théorème

On admet le théorème suivant :

Théorème de Thalès

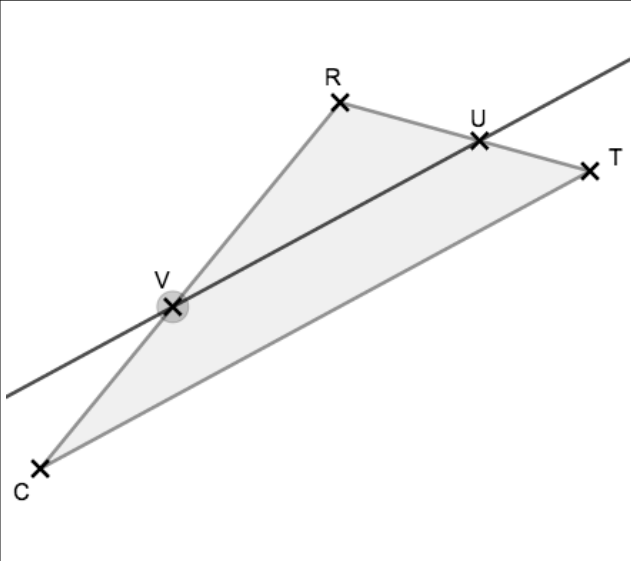
Soit ABC un triangle.

Si :

- $N \in [AC)$
- $M \in [AB)$
- $(MN) // (BC)$

Alors :
$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

4. Application



Données :

- RCT est un triangle.
- U et V appartiennent respectivement aux côtés [RT] et [RC].
- $RT = 4$ cm, $RU = 3$ cm, $RC = 6$ cm et $CT = 8$ cm.
- $(UV) \parallel (CT)$

Question : calculer RV et VU.

On raisonne par **syllogisme** :

On sait que :

- * U appartient à [RT] et V à [RC].
- * Les droites (UV) et (CT) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès, les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité :

RC	RT	CT
RV	RU	UV

6	4	8
RV	3	UV

On a donc : $RV = \frac{6 \times 3}{4} = 4,5$ et $UV = 2 \times 3 = 6$

Conclusion : RV et UV sont respectivement égales à 4,5 cm et 6 cm.