Annexe A

Formulaire

Ce formulaire est susceptible d'évoluer en cours d'année.

A.1 Trigonométrie

A.1.1 Opérations

a, b, p et q désignent quatre nombres.

A.1.1.1 Opérations sur les angles, formules de base

Il faut apprendre par cœur ces formules ou être capable de les retrouver très rapidement en faisant un dessin de cercle trigonométrique.

$$\tan(a) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)} \qquad \cos(a)^2 + \sin(a)^2 = 1 \qquad 1 + \tan^2(a) = \frac{1}{\cos^2(a)}$$

$$\cos(-a) = \cos(a) \qquad \sin(-a) = -\sin(a) \qquad \tan(-a) = -\tan(a)$$

$$\cos(\pi + a) = -\cos(a) \qquad \sin(\pi + a) = -\sin(a) \qquad \tan(\pi + a) = \tan(a)$$

$$\cos(\pi - a) = -\cos(a) \qquad \sin(\pi - a) = \sin(a) \qquad \tan(\pi - a) = -\tan(a)$$

$$\cos\left(\tfrac{\pi}{2} - a\right) = \sin(a) \qquad \sin\left(\tfrac{\pi}{2} - a\right) = \cos(a) \qquad \tan\left(\tfrac{\pi}{2} - a\right) = \frac{1}{\tan(a)}$$

$$\cos\left(\tfrac{\pi}{2} + a\right) = -\sin(a) \qquad \sin\left(\tfrac{\pi}{2} + a\right) = \cos(a) \qquad \tan\left(\tfrac{\pi}{2} + a\right) = \frac{-1}{\tan(a)}$$

A.1.1.2 Somme

Ces formules sont également fondamentales ! Les formules avec $a - b$ se retrouvent en remplaçant b par $-b$ dans les premières formules.

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \qquad \sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \qquad \sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)} \qquad \tan(a - b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$$

A.1.1.3 Transformation de sommes en produits (factorisation)

$$\cos(p)+\cos(q)=2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \qquad \sin(p)+\sin(q)=2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$
$$\cos(p)-\cos(q)=-2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \qquad \sin(p)-\sin(q)=2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

A.1.1.4 Transformation de produits en sommes (linéarisation)

$$\cos(a)\cos(b)=\frac{1}{2}\left(\cos(a+b)+\cos(a-b)\right)$$
$$\sin(a)\sin(b)=\frac{1}{2}\left(\cos(a-b)-\cos(a+b)\right)$$
$$\sin(a)\cos(b)=\frac{1}{2}\left(\sin(a+b)+\sin(a-b)\right)$$

A.1.1.5 Duplication

Ces formules sont très utiles !

$$\cos(2a)=2\cos^2(a)-1=1-2\sin^2(a)$$
$$\sin(2a)=2\sin(a)\cos(a) \qquad \tan(2a)=\frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$$

De la première formule, on déduit très facilement :

$$\cos^2(a)=\frac{\cos(2a)+1}{2} \qquad \sin^2(a)=\frac{1-\cos(2a)}{2}$$

A.1.1.6 De Moivre

n désigne un entier quelconque.

$$(\cos(a)+\mathrm{i}\sin(a))^n=\cos(na)+\mathrm{i}\sin(na)$$

A.1.1.7 Tangente de l'angle moitié

On pose $t=\tan\left(\frac{a}{2}\right)$. On a alors :

$$\cos(a)=\frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \sin(a)=\frac{2t}{1+t^2} \qquad \tan(a)=\frac{2t}{1-t^2}$$

Pour retenir le dénominateur de ces formules, il faut se rappeler que cos et sin sont toujours définies donc le dénominateur ne s'annule pas (en $1+t^2$) tandis que tan n'est pas définie pour $a=\frac{\pi}{2}+k\pi$, c'est à dire pour $t=1$.
Quant au numérateur, on le retrouve grâce à la parité (cos est paire tandis que sin et tan sont impaires).

A.1.2 Fonctions trigonométriques

A.1.2.1 Mesures remarquables

On a les sinus et cosinus des angles remarquables suivants :

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin(x)$	0	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos(x)$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

A.1.2.2 Propriétés

Les fonctions sin et cos sont définies, continues et dérivables sur $\mathbb{R}$.
sin est impaire, cos est paire.
Ces deux fonctions sont périodiques de période 2π.
Les tableaux de variations de sin et cos sont dressés ci-après.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\cos'(x) = -\sin(x)$	0		$-$		0		$+$		0
$\cos(x)$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\sin'(x) = \cos(x)$		$+$	0		$-$		0	$+$	
$\sin(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

La fonction tan est définie sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$. Elle est impaire et périodique de période π.
Son tableau de variation est :

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$
$\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$\Vert$		$+$		$\Vert$
$\tan(x)$	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$

A.2 Dérivation

A.2.1 Fonctions usuelles, opérations

A.2.1.1 Dérivation des fonctions usuelles

n désigne un nombre entier naturel. p est un nombre réel fixé et α est un réel strictement positif.

Nom	Définition	Dérivabilité	$f(t)$	$f'(t)$
Constante	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	p	0
Puissance	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	t^n	nt^{n-1}
Racine	$[0;\ +\infty[$	$]0;\ +\infty[$	$\sqrt{t}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$
Inverse puissance	$]-\infty;\ 0[\cup]0;\ +\infty[$	$]-\infty;\ 0[\cup]0;\ +\infty[$	$\dfrac{1}{t^n}$	$\dfrac{-n}{t^{n+1}}$
Exponentielle	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	e^t	e^t
Puissance réelle	$\mathbb{R}_*^+$	$\mathbb{R}_*^+$	t^α	$\alpha t^{\alpha-1}$
Logarithme	$]0;\ +\infty[$	$]0;\ +\infty[$	$\ln(t)$	$\dfrac{1}{t}$
Cosinus	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\cos(t)$	$-\sin(t)$
Sinus	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\sin(t)$	$\cos(t)$
Tangente	$\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$	$\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$	$\tan(t)$	$\dfrac{1}{\cos^2(t)}$
Arcsinus	$[-1;\ 1]$	$]-1;\ 1[$	$\arcsin(t)$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
Arccosinus	$[-1;\ 1]$	$]-1;\ 1[$	$\arccos(t)$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-t^2}}$
Arctangente	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\arctan(t)$	$\dfrac{1}{1+t^2}$

A.2.1.2 Opérations

On dispose également de formules permettant de calculer la dérivée de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions.

Ainsi, dans les formules suivantes, u, v et w désignent trois fonctions définies sur un intervalle ouvert I et dérivables en un nombre t de I. D'autre part, α désigne un nombre fixé et on supposera que $w(t) \neq 0$.

On a alors :

$$\begin{array}{lcl}
(u+v)'(t) & = & u'(t)+v'(t) \\
(\alpha u)'(t) & = & \alpha u'(t) \\
(uv)'(t) & = & u'(t)v(t)+u(t)v'(t) \\
\left(\dfrac{1}{w}\right)'(t) & = & -\dfrac{w'(t)}{w(t)^2} \\
\left(\dfrac{u}{w}\right)'(t) & = & \dfrac{u'(t)w(t)-u(t)w'(t)}{w(t)^2}
\end{array}$$

A.2.2 Dérivation composée et applications

A.2.2.1 Dérivation composée

Soient f et g deux fonctions.
On suppose que f est définie sur un intervalle ouvert I, que g est définie sur un intervalle ouvert J et que pour tout x de I, $f(x)$ appartient à J. Enfin, soit a un nombre de I.
Si $f'(a)$ existe et si $g'(f(a))$ existe alors la fonction $g \circ f$ est dérivable en a et

$$(g \circ f)'(a) = f'(a)g'(f(a))$$

A.2.2.2 Applications

Le tableau suivant donne des applications directes de la formule de dérivation composée.
u désigne une fonction dérivable en t et n désigne un entier naturel.

u est à valeurs dans	$f(t)$	$f'(t)$
$]0;\ +\infty[$	$\sqrt{u(t)}$	$\dfrac{u'(t)}{2\sqrt{u(t)}}$
$\mathbb{R}$	$u(t)^n$	$nu'(t)u(t)^{n-1}$
$]-\infty;\ 0[\cup]0;\ +\infty[$	$\dfrac{1}{u(t)^n}$	$\dfrac{-nu'(t)}{u(t)^{n+1}}$
$\mathbb{R}$	$\mathrm{e}^{u(t)}$	$u'(t)\mathrm{e}^{u(t)}$
$\mathbb{R}$	$\cos(u(t))$	$-u'(t)\sin(u(t))$
$\mathbb{R}$	$\sin(u(t))$	$u'(t)\cos(u(t))$
$]0;\ +\infty[$	$\ln(u(t))$	$\dfrac{u'(t)}{u(t)}$

A.2.3 Fonction réciproque et dérivation

A.2.3.1 Définition et formule

Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle ouvert I.
On suppose que f' garde un signe constant sur I.
Alors :

- l'image de l'intervalle I par f est un intervalle ouvert J ;
- il existe une fonction notée f^{-1} de J dans I telle que, pour tout x de J, $f \circ f^{-1}(x) = x$ et, pour tout x de I, $f^{-1} \circ f(x) = x$
- De plus, la fonction f^{-1} est dérivable et, pour tout x de J :

$$\left(f^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}$$

A.2.3.2 Applications

À partir de la formule précédente, on déduit les formules suivantes concernant les fonctions trigonométriques réciproques.

domaine de dérivabilité	$f(t)$	$f'(t)$
$]-1;\ 1[$	$\arcsin(t)$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$]-1;\ 1[$	$\arccos(t)$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\mathbb{R}$	$\arctan(t)$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$]1;\ +\infty[$	$\mathrm{arccosh}(t)$	$\dfrac{1}{\sqrt{t^2-1}}$
$\mathbb{R}$	$\mathrm{arcsinh}(t)$	$\dfrac{1}{\sqrt{t^2+1}}$
$]-1;\ 1[$	$\mathrm{arctanh}(t)$	$\dfrac{1}{1-t^2}$

A.2.4 Primitives

On déduit les primitives à partir des dérivations usuelles à quelques exceptions près : tan et inverse en sont des exemples.

Définition	$f(t)$	$F(t)$
$\mathbb{R}$	k	kt
$\mathbb{R}$ (ou $\mathbb{R}^*$ si $n < 0$)	t^n	$\frac{1}{n+1} \times t^{n+1}$
$\mathbb{R}_*^+$	t^α	$\frac{1}{\alpha+1} \times t^{\alpha+1}$
$\mathbb{R}$	e^t	e^t
$\mathbb{R}^*$	$\dfrac{1}{t}$	$\ln\lvert t\rvert$
$\mathbb{R}$	$\cos(t)$	$\sin(t)$
$\mathbb{R}$	$\sin(t)$	$-\cos(t)$
$\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$	$\tan(t)$	$-\ln\lvert\cos(t)\rvert$
$\mathbb{R}$	$\dfrac{1}{1+t^2}$	$\arctan(t)$
$]-1;\ 1[$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$	$\arcsin(t)$

A.3 Complexes

A.3.1 Propriétés des opérations usuelles

Soient a_1, a_2, b_1, b_2 quatre nombres réels.
On pose $z_1 = a_1 + \mathrm{i}b_1$ et $z_2 = a_2 + \mathrm{i}b_2$.

On définit les opérations :

$$
\begin{aligned}
z_1 + z_2 &= (a_1 + a_2) + \mathrm{i}(b_1 + b_2) \\
(z_1 z_2) &= (a_1 a_2 - b_1 b_2) + \mathrm{i}(a_1 b_2 + a_2 b_1)
\end{aligned}
$$

Soient de plus z_3 un troisième nombre complexe. On a alors les propriétés usuelles pour ces opérations :

$$
\begin{array}{lcll}
z_1 + z_2 & = & z_2 + z_1 & \text{(Commutativité de +)} \\
z_1 + (z_2 + z_3) & = & (z_1 + z_2) + z_3 & \text{(Associativité de +)} \\
z_1 z_2 & = & z_2 z_1 & \text{(Commutativité de } \times\text{)} \\
z_1(z_2 z_3) & = & (z_1 z_2) z_3 & \text{(Associativité de } \times\text{)} \\
z_1(z_2 + z_3) & = & z_1 z_2 + z_1 z_3 & \text{(Distributivité)} \\
0 + z_1 & = & z_1 & \text{(0 est un élément neutre pour +)} \\
0 z_1 & = & 0 & \text{(0 est un élément absorbant pour } \times\text{)} \\
1 z_1 & = & z_1 & \text{(1 est un élément neutre pour } \times\text{)}
\end{array}
$$

De plus, tout nombre $z \neq 0$ est inversible et on retrouve également les propriétés usuelles sur les fractions.

A.3.2 Module et argument

Soient a et b deux nombres réels non tous nuls et $z = a + \mathrm{i}b$ un nombre complexe. On définit :

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

De plus, il existe un unique angle θ tel que :

$$z = |z| \left(\cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)\right)$$

θ est l'argument de z, noté $\arg(z)$.

z_1 et z_2 sont deux nombres complexes non nuls, n est un entier naturel. L'argument et le module possèdent les propriétés :

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

$$|z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2| \qquad \left|\frac{1}{z_1}\right| = \frac{1}{|z_1|} \qquad |z_1^n| = |z_1|^n$$

$$\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) \qquad \arg(z_1^n) = n\arg(z_1) \qquad \arg\left(\frac{1}{z_1}\right) = -\arg(z_1)$$

A.3.3 Conjugué

Le conjugué d'un nombre complexe $z = a + \mathrm{i}b$ avec a et b réels est le nombre $\overline{z} = a - \mathrm{i}b$.
Ainsi, si z_1, z_2, z_3 sont trois nombres complexes avec $z_3 \neq 0$. On a :

$$\overline{\overline{z_1}} = z_1 \qquad z_1 \times \overline{z_1} = |z_1|^2$$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2} \qquad \overline{z_1 \times z_2} = \overline{z_1} \times \overline{z_2} \qquad \overline{\left(\frac{1}{z_3}\right)} = \frac{1}{\overline{z_3}}$$

$$z_1 = \overline{z_1} \iff z_1 \text{ est réel} \qquad |\overline{z_1}| = |z_1|$$

$$\arg\left(\overline{z_3}\right) = -\arg(z_3)$$

A.3.4 Lien avec la trigonométrie

Soit θ un angle. On a

$$\cos(\theta) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}}{2} \qquad \sin(\theta) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}}{2\mathrm{i}}$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} = \cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)$$

A.4 Polynômes

A.4.1 Polynôme du second degré à coefficients réels

A.4.1.1 Forme canonique

Soient a, b et c trois nombres fixés, avec $a \neq 0$.
Soit la fonction trinômiale $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$.
On pose

$$\boxed{\begin{array}{lcl} \alpha & = & \frac{-b}{2a} \\ \beta & = & \frac{-b^2+4ac}{4a} \end{array}}$$

Alors, pour tout x :

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$$

On dit que l'écriture $a(x-\alpha)^2 + \beta$ est la *forme canonique* de $f(x)$.

En particulier :

- la courbe représentative de f a pour sommet le point (α, β) ;
- la courbe représentative de f présente un axe de symétrie vertical d'équation $x = \alpha$;
- la fonction f admet un extrêmum en $x = \alpha$ qui vaut β et cet extrêmum est un $\begin{cases} \text{maximum} & \text{si a est négatif,} \\ \text{minimum} & \text{si a est positif;} \end{cases}$
- le tableau de variations de f s'écrit

x	$-\infty$		α		$+\infty$
si $a > 0$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$
si $a < 0$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

A.4.1.2 Factorisation

Soient a, b et c trois nombres fixés avec $a \neq 0$.
Soit une fonction f qui à tout x associe $f(x) = ax^2 + bx + c$.
On calcule $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ puis on distingue trois cas :

(cas n° 1) Si $\Delta < 0$, $f(x)$ est toujours du signe de a. Dans ce cas, on ne peut pas factoriser f.

(cas n° 2) Si $\Delta > 0$, $f(x)$ est du signe opposé à a pour x compris entre r_1 et r_2 et est du signe de a ailleurs, les valeurs de r_1 et r_2 étant :

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ r_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

Dans ce cas, on dit que r_1 et r_2 sont les *racines* de f et on a, pour tout x la forme factorisée

$$f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$$

(cas n° 3) Si $\Delta = 0$, $f(x)$ est du signe de a pour tout $x \neq r$ et s'annule pour $x = r$ avec :

$$r = \frac{-b}{2a}$$

Dans ce cas, on dit que r est la *racine double* de f et on a, pour tout x la forme factorisée

$$f(x) = a(x - r)^2$$

A.4.2 Formule du binôme de Newton et applications

Soient a et b deux nombres quelconques. Soit n un entier naturel. Alors

$$(a+b)^n = \sum_{0 \leq k \leq n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Pour $a = 1$ et $b = 1$, on obtient :

$$\sum_{0 \leq k \leq n} \binom{n}{k} = 2^n$$

Pour $a = -1$ et $b = 1$, on obtient :

$$\sum_{0 \leq k \leq n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

Pour a quelconque et $b = 1$, on obtient :

$$\sum_{0 \leq k \leq n} a^k \binom{n}{k} = (1+a)^n$$

Pour $n = 3$, on obtient les deux identités remarquables du troisième degré :

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

A.4.3 Somme des termes d'une suite géométrique et applications

Soit $q \neq 1$ un nombre et n un entier naturel :

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = 1 + q + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

On en déduit la factorisation suivante :

$$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}\right) = (a-b)\left(\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}\right)$$

A.4.4 Étude formelle des polynômes : définition et opérations

Dans toute la suite, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. Lorsque c'est nécessaire on précisera la nature de $\mathbb{K}$
Un polynôme sur $\mathbb{K}$ est une suite d'éléments de $\mathbb{K}$ qui stationne à 0 à partir d'un certain rang. Les termes de cette suite sont appelés les *coefficients* du polynôme.
Si P est un polynôme, on utilise la notation $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$ pour spécifier que la suite stationne à 0 à partir du rang $n+1$. X joue le rôle d'une variable muette.
En pratique, seules comptent les valeurs des $(a_k)_{1 \leq k \leq n}$.
On appelle *degré de* P l'entier n tel que, pour tout $k > n$, $a_k = 0$ et $a_n \neq 0$. On utilisera la notation $\delta(P) = n$.
Par ailleurs, on pose, par convention, $\delta(0) = -\infty$.
a_n s'appelle alors le *coefficient dominant de* P.
Enfin, on définit des opérations entre deux polynômes $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$ et $Q(X) = \sum_{k=0}^{m} b_k X^k$:

- $P + Q$ est le polynôme de coefficient $s_k = a_k + b_k$;
- $P \times Q$ est le polynôme de coefficient $f_k = \sum_{k=i}^{k} a_i b_{k-i}$.

Ces opérations possèdent alors les mêmes propriétés que la somme et l'addition d'entiers. En particulier :

- $+$ est commutative, associative et son élément neutre est le polynôme nul ;
- Tout polynôme P possède un opposé $-P$ tel que $P + (-P) = 0$;
- $\times$ est commutative, associative et son élément neutre est le polynôme unitaire ;
- $\times$ est distributive sur $+$;

Ainsi, défini, l'ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes est un anneau qui possède la propriété d'être intègre ; i.e. pour tous polynômes P et Q, $PQ = 0 \iff P = 0$ ou $Q = 0$.

A.4.5 Racines

Soit P un polynôme. On dit que $\alpha \in K$ est *racine* de P lorsque $P(\alpha) = 0$.
α est racine $\iff$ $(X - \alpha)$ divise P.
On définit ainsi la *multiplicité* de la racine α comme étant le plus grand entier m_α tel que $(X-\alpha)^{m_\alpha}$ divise P.

A.4.6 Dérivation de polynômes, formule de Taylor

Soit un polynôme $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. On définit le polynôme dérivé de P par la formule :

$$P'(X) = \sum_{k=1}^{n} k a_k X^{k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1) a_{k+1} X^k$$

On a ainsi, $\delta(P') = \delta(P) - 1$.