# Programme des vacances

Lycée Richelieu
Rueil Malmaison

Été 2025

> ⚠ La première semaine de la rentrée vous serez évalué sur votre travail des vacances : je ramasserai les devoirs maison et je ferai une interrogation sur le formulaire et le texte à apprendre par cœur.

## 1 Travailler sa mémoire et l'apprentissage par cœur

Contrairement aux idées reçues, la mémoire joue un très grand rôle dans la maîtrise des mathématiques car de nombreuses notions, formules et définitions doivent être apprises par cœur !

Quand vous étiez enfants, vous n'aviez aucun mal à apprendre par cœur des poésies ou des chansons. Il s'agit donc de remettre en marche ce mécanisme essentiel à la poursuite d'étude en apprenant par cœur :

- le court texte plus bas en rapport avec le programme de littérature et philosophie ;
- le formulaire distribué avec ce dossier.

*L'huître*

*L'huître, de la grosseur d'un galet moyen, est d'une apparence plus rugueuse, d'une couleur moins unie, brillamment blanchâtre. C'est un monde opiniâtrement clos. Pourtant on peut l'ouvrir : il faut alors la tenir au creux d'un torchon, se servir d'un couteau ébréché et peu franc, s'y reprendre à plusieurs fois. Les doigts curieux s'y coupent, s'y cassent les ongles : c'est un travail grossier. Les coups qu'on lui porte marquent son enveloppe de ronds blancs, d'une sorte de halos.*

*A l'intérieur l'on trouve tout un monde, à boire et à manger : sous un firmament (à proprement parler) de nacre, les cieux d'en dessus s'affaissent sur les cieux d'en dessous, pour ne plus former qu'une mare, un sachet visqueux et verdâtre, qui flue et reflue à l'odeur et à la vue, frangé d'une dentelle noirâtre sur les bords.*

*Parfois très rare une formule perle à leur gosier de nacre, d'où l'on trouve aussitôt à s'orner.*

*Francis* PONGE - *Le parti pris des choses (1942)*

## 2 S'entraîner au calcul

Bien sûr, le second point très important en mathématiques concerne le calcul mental et écrit. Il s'agit donc de renforcer cette compétence parfois délaissée par les lycéens et les collégiens.

> Cette année, la calculatrice sera interdite! En effet, elle l'est dans de nombreuses épreuves de concours. Et pour les étudiants, il est primordial d'acquérir une bonne maîtrise du calcul mental, littéral et du calcul d'ordre de grandeur.

J'ai placé dans ce dossier le début du *cahier de calcul* qui est l'œuvre de collègues de classes préparatoires et qui permet aux étudiants de renforcer leurs compétences.

Il s'agira aussi pour vous pendant les vacances de vous entraîner au calcul élémentaire en faisant tous les jours un peu de calcul à partir :
- des exercices du cahier de calcul;
- de situations de la vie courante : cuisine, marché, bricolage, activités sportives, jeux.

## 3 Un premier devoir maison

Pour la rentrée, je vous demande de chercher sur feuille les cinq premiers exercices de la planche n° 1.

## 4 Des tutoriels et ressources numériques

Enfin, vous pourrez retrouver sur mon blog des tutoriels et des ressources numériques pour pouvoir, en autonomie, travailler spécifiquement certaines techniques de calcul.

Le blog se trouve à cette adresse :

http ://blog.ac-versailles.fr/blath/

Pour y accéder, vous pouvez aussi taper dans un moteur de recherche « blog fournié » ou « blog blath ».

> Le recours aux ressources internet doit faire l'objet de grandes précautions. De nombreux contenus en ligne manquent de rigueur dans les justifications ou utilisent des techniques hors-programme qui pourront vous pénaliser si vous tentez de les reproduire. De plus, certains contenus faussement « faciles » vous feront croire que vous comprendrez la notion alors que sitôt la vidéo terminée, il ne vous en restera plus rien. Pour que le visionnage soit efficace, il doit être accompagné de prises de notes et de recherche sur feuille.

# Formulaire des vacances, à apprendre par cœur

Lycée Richelieu
Rueil Malmaison

Été 2025

## 1 Polynômes et sommes

### 1.1 Polynôme du second degré à coefficients réels

Soient $a$, $b$ et $c$ trois nombres fixés, avec $a \neq 0$.
Soit la fonction trinômiale $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$.
On pose

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{-b}{2a} \\ \beta &= \frac{-b^2+4ac}{4a} \end{aligned}$$

Alors, pour tout $x$ :

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$$

On dit que l'écriture $a(x-\alpha)^2 + \beta$ est la *forme canonique* de $f(x)$.

En particulier :

- la courbe représentative de $f$ a pour sommet le point $(\alpha, \beta)$ ;
- la courbe représentative de $f$ présente un axe de symétrie vertical d'équation $x = \alpha$ ;
- la fonction f admet un extrêmum en $x = \alpha$ qui vaut $\beta$ et cet extrêmum est un $\begin{cases} \text{maximum} & \text{si a est négatif,} \\ \text{minimum} & \text{si a est positif;} \end{cases}$
- le tableau de variations de $f$ s'écrit

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| si $a > 0$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $\beta$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |
| si $a < 0$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\beta$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

## 1.2 Identités remarquables

Soient $a$ et $b$ deux nombres quelconques. Alors :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \qquad (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

À partir de la forme canonique, on peut, dans certains cas, factoriser un polynôme du second degré en exploitant la troisième identité remarquable. Exemple, pour tout $x$ :
$f(x) = 2(x+1)^2 - 3 = 2\left[(x+1)^2 - \frac{3}{2}\right] = 2\left[(x+1)^2 - \sqrt{\frac{3}{2}}^2\right] = 2\left(x+1-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(x+1+\sqrt{\frac{3}{2}}\right).$

## 1.3 Somme des termes de suites et applications

Soit $q \neq 1$ un nombre et $n$ un entier naturel :

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = 1 + q + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

On en déduit la factorisation suivante :

$$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$$

En outre, si $(u_n)$ est une suite arithmétique, on a :

$$\sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \underbrace{(n+1)}_{\text{nombre de termes}} \times \underbrace{\frac{(u_0+u_n)}{2}}_{\text{moyenne des termes extrêmes}}$$

Une application de cette formule à connaître pour calculer la somme des $n$ premiers entiers :

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

# 2 Trigonométrie

## 2.1 Opérations

$a$, $b$, $p$ et $q$ désignent quatre nombres.

### 2.1.1 Opérations sur les angles, formules de base

Il faut apprendre par cœur ces formules ou être capable de les retrouver très rapidement en faisant un dessin de cercle trigonométrique.

$$
\begin{array}{ccc}
\tan(a) = \dfrac{\sin(a)}{\cos(a)} & \cos(a)^2 + \sin(a)^2 = 1 & 1 + \tan^2(a) = \dfrac{1}{\cos^2(a)} \\
\cos(-a) = \cos(a) & \sin(-a) = -\sin(a) & \tan(-a) = -\tan(a) \\
\cos(\pi + a) = -\cos(a) & \sin(\pi + a) = -\sin(a) & \tan(\pi + a) = \tan(a) \\
\cos(\pi - a) = -\cos(a) & \sin(\pi - a) = \sin(a) & \tan(\pi - a) = -\tan(a) \\
\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin(a) & \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos(a) & \tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \dfrac{1}{\tan(a)} \\
\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin(a) & \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos(a) & \tan\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \dfrac{-1}{\tan(a)}
\end{array}
$$

### 2.1.2 Somme

Ces formules sont également fondamentales ! Les formules avec $a - b$ se retrouvent en remplaçant $b$ par $-b$ dans les premières formules.

$$
\begin{array}{ll}
\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) & \sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\
\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) & \sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b) \\
\tan(a+b) = \dfrac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)} & \tan(a-b) = \dfrac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}
\end{array}
$$

## 2.2 Fonctions trigonométriques

### 2.2.1 Mesures remarquables

On a les sinus et cosinus des angles remarquables suivants :

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sin(x)$ | $0$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos(x)$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

### 2.2.2 Propriétés

Les fonctions sin et cos sont définies, continues et dérivables sur $\mathbb{R}$.
sin est impaire, cos est paire.
Ces deux fonctions sont périodiques de période $2\pi$.
Les tableaux de variations de sin et cos, sur une période, sont dressés ci-après.

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\cos'(x) = -\sin(x)$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ |
| $\cos(x)$ | $1$ ↘ | $0$ ↘ | $-1$ | ↗ $0$ | ↗ $1$ |

| $x$ | $\frac{-\pi}{2}$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin'(x) = \cos(x)$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $\sin(x)$ | $-1$ ↗ | $0$ ↗ | $1$ | ↘ $0$ | ↘ $-1$ |

La fonction tan est définie sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$. Elle est impaire et périodique de période $\pi$.
Son tableau de variations, sur une période, est :

| $x$ | $-\dfrac{\pi}{2}$ | $0$ | $\dfrac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|
| $\tan'(x) = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$ | ‖ | $+$ | ‖ |
| $\tan(x)$ | ‖ $-\infty$ ↗ | $0$ ↗ | $+\infty$ ‖ |

# Planche n$^{\text{o}}$ 1: Résolutions d'équations et d'inéquations

*Rendre en devoir maison les cinq premiers exercices pour la rentrée.*

## Exercice 1

Établir le tableau de signes de ces expressions.

> Il est inutile d'utiliser les techniques de calcul de $\Delta$ dont pourrait vous parler votre cousine ou votre oncle. En effet, cela n'est pas officiellement au programme de la STI2D ! Nous verrons cela à la rentrée.

a)
$$-(x-1)(x+2)$$
b)
$$-2x+3$$
c)
$$-2(x+5)^2+3x+15$$
d)
$$(x+2)^2-5$$
e)
$$x^4-x^2$$
f)
$$x^3-3x$$
g)
$$1+\frac{2}{x-4}-\frac{2}{x+4}$$
h)
$$1-\frac{9}{(x-2)^2}$$
i)
$$\frac{1}{(x-2)}-\frac{1}{(x-2)^3}$$

## Exercice 2

Résoudre ces équations et inéquations.

a) $2x+4=x+2$
b) $-(x+1)\geq 2x+3$
c) $x^3\geq x$
d) $\dfrac{1}{x}<x$
e) $(x+4)\geq(x+4)^2$
f) $\dfrac{3}{(x-1)^2}\geq 0$
g) $\dfrac{3}{(x-1)^2}\geq 1$
h) $\dfrac{5x}{(x-3)(x+2)}\geq\dfrac{4}{3-x}$
i) $\dfrac{x^2}{x+4}\geq x$

## Exercice 3

Résoudre ces équations.

a) $3\mathrm{e}^x+2=5$
b) $\mathrm{e}^x+2=1$
c) $\left(\mathrm{e}^x\right)^2+2=4$
d) $\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x=-1$
e) $\mathrm{e}^{2x}=2\mathrm{e}^x$
f) $\mathrm{e}^{x\ln(2)}=1$
g) $\mathrm{e}^{2\ln(x)}=4$
h) $\ln(3x+2)=0$
i) $\ln(x)-\ln(4x)=5$
j) $\ln(x)-\ln(x^4)=5$
k) $\ln(x)-\ln(x^4)+\ln(3)=0$
l) $\mathrm{e}^{\cos(x)}=1$

## Exercice 4

Soit la fonction :

$$g:\begin{array}{ccc}\mathbb{R}-\{-1\} & \to & \mathbb{R}\\ x & \mapsto & \frac{2x}{x+1}\end{array}$$

On note $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative et $D$ la droite d'équation $y=4x$

1. Existe-t-il des tangentes à $\mathcal{C}_g$ parallèles à $D$ ? Si oui, combien ?
2. Existe-t-il des tangentes à $\mathcal{C}_g$ qui passent par l'origine du repère ? Si oui, combien ?

## Exercice 5

Déterminer l'ensemble de définition, puis calculer la dérivée des fonctions suivantes.

$$f_1 : x \mapsto \frac{x^2+1}{x-1} \qquad f_2 : x \mapsto \ln(x^2-1) \qquad f_3 : x \mapsto \cos(2x) - \sin(3x)$$

$$f_4 : x \mapsto \exp(x^2-1) \qquad f_5 : x \mapsto \frac{\cos^5(x)}{\ln x}$$

## Exercice 6

Établir les tableaux de signes des expressions suivantes.

a) $$\frac{6}{x+1} - \frac{5x}{x^2+1}$$

b) $$1 + \frac{21}{4(x-5)} + \frac{1}{4(x+1)}$$

c) $$1 + \frac{1}{6(x-1)} - \frac{7}{3(x+3)}$$

d) $$1 + \frac{154}{75(x-3)} - \frac{44}{75(x+2)}$$

e) $$3x - 3 - \frac{15}{2(x-3)} - \frac{15}{2(x+1)}$$

## Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous :

a) $x^2 + 1 = 2x$

b) $x^2 - x = \sqrt{2}(x+1)$

c) $(x+1)(x^2+2x-3) = 0$

d) $x^3 = x$

e) $x^4 = 2x^2$

f) $x^4 = 1$

g) $x^4 + 1 = 0$

h) $\dfrac{1}{x} = 2x + 1$

i) $\dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{x+2}{x-2} = \dfrac{18}{x^2-4}$

j) $\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^2 - \left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^2 = 0$

## Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous :

a) $x^3 - 39x + 70 = 0$

b) $x^3 + 6 = 3x + 2x^2$

c) $x^3 - 2x = x^2 - 2$

d) $x^3 + 2x^2 - x = 2$

e) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

f) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

g) $(x^3 - x)^2 - x^2 = 0$

h) $x^2 = \dfrac{2}{x+1}$

## Exercice 9

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $6x + 5 < -4x + 3$

b) $3x + 2 \geq 5x - 1$

c) $x^2 < 4x$

d) $(x+5)(x-2) \leq 0$

e) $x(x+2) \leq 2x + 6$

f) $x^3 < x$

g) $x^4 \geq x^2$

h) $(x^2+x+1)^2 - 4(x^2-x+1)^2 > 0$

i) $x^4 + 2x^2 - 3 < 0$

j) $\dfrac{4}{x-1} - \dfrac{3}{x+2} > 0$

k) $\dfrac{x}{2-x} < 1$

l) $\dfrac{4-x}{7+x} \leq -1$

m) $\dfrac{2x+1}{x+1} \geq x$

n) $\dfrac{x-2}{2x-2} < \dfrac{x-1}{x-5}$

o) $\dfrac{x+3}{x-3} - \dfrac{x-3}{x+3} \leq \dfrac{36}{x^2-9}$

## Exercice 10

On se place dans le plan complexe. Dans les cas suivants, préciser l'ensemble des points dont l'affixe $z$ vérifie l'équation ou le système d'équations. On pourra s'aider de dessins.

(a) $|z + \mathrm{i}| = 1$

(b) $|z| = |z - 1|$

(c) $\begin{cases} \arg\left(z + \frac{1}{2}\right) & = & \frac{-\pi}{2} \\ |z| & = & 1 \end{cases}$

(d) $|z| = |z - 1| = 1$

## Exercice 11

1. Calculer $\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4}$. En déduire la valeur de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.
2. En remarquant que $2 \times \dfrac{\pi}{8} = \dfrac{\pi}{4}$, calculer la valeur de $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$.

## Exercice 12

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes :

a) $\sin(2x) = \sin(x)$

b) $\cos(x) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos(x) = \sin(3x)$

d) $\sin(x) = -\cos(x)$

e) $\tan(3x - \pi/5) = \tan(x + 4\pi/5)$

f) $\sin(2x)(\sqrt{3} + 2\sin(2x)) = 0$

g) $\cos^2(x) - \frac{3}{2}\cos(x) + \frac{1}{2} = 0$

h) $\cos(2x) + \cos(x) = 0$

i) $\cos(2x) - 3\cos(x) + 2 = 0$

j) $\cos(2x) - \sin(x) = 1$

k) $1 + \sqrt{3}\sin(2x) - \cos(4x) = 0$

l) $\sqrt{3}\tan(x) + 4\sin^2(x) = 0$

m) $\sin(2x) + \sin(6x) = \sin(4x)$

n) $6\cos(2x) - 1 = 6\tan^2(x)$

o) $\cos(x) > \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

p) $\sqrt{3 - 4\cos^2(x)} > 1 + 3\sin(x)$

## Exercice 13

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous de paramètre réel $m$ :

a) $(m-1)x + 1 = 0$

b) $2mx - 3 = x + 5m$

c) $x^2 + mx - 2m^2 = 0$

d) $x^4 + 2mx^2 + 1 = 0$

e) $\dfrac{2x+1}{x+3} = m$

f) $\dfrac{x - 2m}{mx + 5} = m - 1$

## Exercice 14

Déterminer selon les valeurs du réel $m$ le signe des trinômes suivants :

$$A = 2x^2 - mx - m^2 \qquad B = mx^2 + 2(2m+1)x + 1$$

## Exercice 15

Comparer les expressions $A$ et $B$ suivantes :

a)

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \qquad B = \sqrt{2} - 1$$

b)

$$A = \sqrt{7} + 3 \qquad B = \sqrt{3} + 4$$

c)

$$A = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \qquad B = 2$$

## Exercice 16

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes :

a) $\sqrt{x+1} = \sqrt{2x-3}$

b) $\sqrt{x^2-3x-3} = x+2$

c) $\sqrt{1-2x} = x+1$

d) $\sqrt{x+1} < \sqrt{3-2x}$

e) $\sqrt{x^2+5x+3} < x+2$

f) $2-x < \sqrt{x+1}$

## Exercice 17

On rappelle que la *valeur absolue* d'un réel $x$ est définie par $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}$ Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(a) $|x| = 3$;

(b) $|x| = -2$;

(c) $|x| \leq 3$;

(d) $|x| \geq 3$;

(e) $|x| \geq -2$;

(f) $|x| - 2 \leq 4$;

(g) $|x-2| \leq 4$;

(h) $|x-2| \leq -4$;

(i) $|x^2-4| = 2$;

(j) $|x^2-8x+11| = 4$;

(k) $|x^2-8x+11| < 4$;

(l) $|x+1| = |2x-3|$;

(m) $|1-2x| = x+1$;

(n) $|x^2-3x-3| = x+2$ ;

(o) $|x^2+5x+3| < x+2$ ;

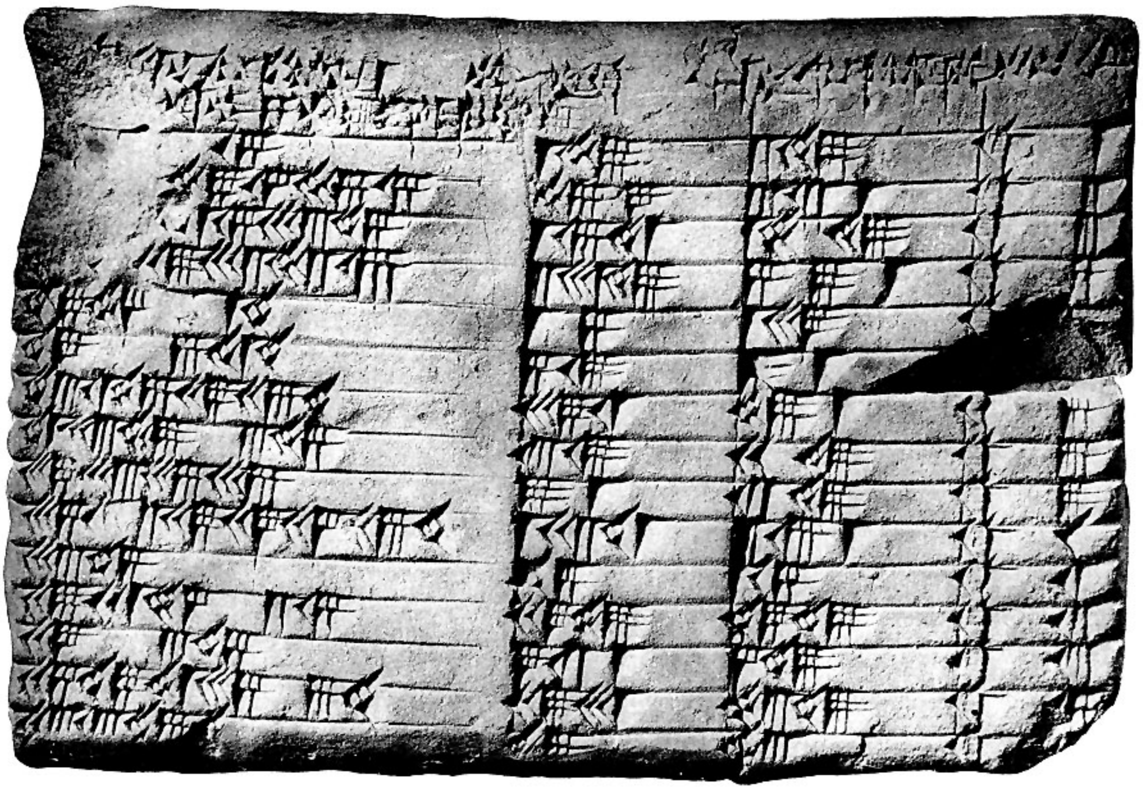
(p) $2-x < |x+1|$ ;

(q) $|x| + |x+1| = 2$ ;

(r) $|x-7| + |x-2| \leq 3$.

# Cahier de calcul

— pratique et entraînement —



*Plimpton 322*, tablette d'argile babylonienne (1 800 av. JC)

Cette tablette, vieille de près de 4 000 ans, donne une liste de triplets pythagoriciens, c'est-à-dire de triplets $(a, b, c)$ de nombres entiers vérifiant $a^2 + b^2 = c^2$.

Ce cahier de calcul a été écrit collectivement.

**Coordination**

Colas BARDAVID

**Équipe des participants**

Vincent BAYLE, Romain BASSON, Olivier BERTRAND, Ménard BOURGADE, Julien BUREAUX, Alain CAMANES, Mathieu CHARLOT, Mathilde COLIN DE VERDIÈRE, Keven COMMAULT, Miguel CONCY, Rémy EUPHERTE, Hélène GROS, Audrey HECHNER, Florian HECHNER, Marie HÉZARD, Nicolas LAILLET, Valérie LE BLANC, Thierry LIMOGES, Quang-Thai NGO, Xavier PELLEGRIN, Fabien PELLEGRINI, Jean-Louis POURTIER, Valérie ROBERT, Jean-Pierre TÉCOURT, Guillaume TOMASINI, Marc TENTI

Le pictogramme de l'horloge a été créé par Ralf SCHMITZER (The Noun Project).

La photographie de la couverture vient de Wikipedia.

*Version 3 — 1er septembre 2021*

# Sommaire

# Présentation et mode d'emploi

## Qu'est-ce que ce cahier ?

Ce cahier est un cahier de calcul, basé sur le programme de mathématiques collège/lycée ainsi que sur le programme de première année de Post-Bac. Il ne se substitue en aucun cas aux TD donnés par votre professeur de maths mais est un outil pour vous aider à vous améliorer en calcul.

## À quoi sert-il ?

En mathématiques, la technique et le calcul sont fondamentaux.

Sans technique, il est impossible de correctement appréhender une question mathématique. De même que l'on doit faire des gammes et beaucoup pratiquer lorsque l'on apprend un instrument, on doit calculer régulièrement lorsque l'on pratique les mathématiques, notamment en CPGE et dans les études Post-Bac.

## Comment est-il organisé ?

Ce cahier comporte plusieurs parties :

- Un sommaire vous permettant d'avoir d'un seul coup d'œil les différentes fiches de ce cahier de calcul, et de noter celles que vous avez déjà faites ou pas.
- Une partie de **calculs élémentaires**, faisables dès le début de la première année, et centrée sur les calculs « de base » : développement, factorisation, racines carrées, fractions, *etc.* Cela peut vous paraître simple, mais sachez que ce type d'erreur de calcul est toujours fréquent, même en spé, même sur les copies de concours. Travailler les techniques élémentaires de calcul vous facilitera grandement la vie !
- Une partie liée au programme de première année : sont indiqués précisément les chapitres nécessaires pour pouvoir aborder chaque fiche de calculs.
- Les réponses brutes ainsi que les corrigés détaillés, qui sont à la fin du cahier.

Chaque fiche de calculs est organisée ainsi :

- Une présentation du thème de la fiche et des prérequis (notamment, pour des techniques propres à certaines filières, on précise de quelle filière il s'agit)
- Une liste de calculs, dont le temps de résolution (incluant la longueur et la technicité du calcul) est symbolisé par une ( ), deux ( ), trois ( ) ou quatre ( ) horloges.
- Vous êtes invité à écrire directement les réponses dans les cadres prévus à cet effet.

## Comment l'utiliser ?

**Un travail personnalisé.**

Ce cahier de calcul est prévu pour être **utilisé en autonomie**.

Choisissez les calculs que vous faites en fonction des difficultés que vous rencontrez et des chapitres que vous étudiez, ou bien en fonction des conseils de votre professeur de mathématiques.

Pensez aussi à l'utiliser à l'issue d'un DS ou d'une colle, lorsque vous vous êtes rendu compte que certains points de calcul étaient mal maîtrisés.

Enfin, ne cherchez pas à faire linéairement ce cahier : les fiches ne sont pas à faire dans l'ordre, mais en fonction des points que vous souhaitez travailler.

**Un travail régulier.**

Essayez de pratiquer les calculs à un rythme régulier : **une quinzaine de minutes par jour** par exemple. Privilégiez un travail régulier sur le long terme plutôt qu'un objectif du type « faire 10 fiches par jour pendant les vacances » .

Point important : pour réussir à calculer, il faut répéter. C'est pour cela que nous avons mis plusieurs exemples illustrant chaque technique de calcul.

Il peut être utile de parfois refaire certains calculs : n'hésitez pas à cacher les réponses déjà écrites dans les cadres, ou à écrire vos réponses dans les cadres au crayon à papier.

**Un travail efficace.**

Attention à l'utilisation des réponses et des corrigés : il est important de chercher suffisamment par soi-même avant de regarder les réponses et/ou les corrigés. Il faut vraiment **faire les calculs** afin que le corrigé vous soit profitable.

N'hésitez pas à ne faire qu'en partie une feuille de calculs : il peut être utile de revenir plusieurs fois à une même feuille, afin de voir à quel point telle technique a bien été assimilée.

## La progression

Avoir une solide technique de calcul s'acquiert sur le long terme, mais si vous étudiez sérieusement les fiches de ce cahier, vous verrez assez rapidement des progrès apparaître, en colle, en DS, *etc.* Une bonne connaissance du cours combinée à une plus grande aisance en calcul, c'est un très beau tremplin vers la réussite en prépa ou dans vos études !

## Une erreur ? Une remarque ?

Si jamais vous voyez une erreur d'énoncé ou de corrigé, ou bien si vous avez une remarque à faire, n'hésitez pas à écrire à l'adresse `cahierdecalcul@gmail.com`.

# Énoncés

# Fractions

**Prérequis**
Règles de calcul sur les fractions.

## Calculs dans l'ensemble des rationnels

**Calcul 1.1 — Simplification de fractions.**

Simplifier les fractions suivantes (la lettre $k$ désigne un entier naturel non nul).

a) $\dfrac{32}{40}$ ........................

b) $8^3 \times \dfrac{1}{4^2}$ ....................

c) $\dfrac{27^{-1} \times 4^2}{3^{-4} \times 2^4}$ ..................

d) $\dfrac{(-2)^{2k+1} \times 3^{2k-1}}{4^k \times 3^{-k+1}}$ .........

**Calcul 1.2 — Sommes, produits, quotients, puissances.**

Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\dfrac{2}{4} - \dfrac{1}{3}$ ......................

b) $\dfrac{2}{3} - 0{,}2$ .....................

c) $\dfrac{36}{25} \times \dfrac{15}{12} \times 5$ ...............

d) $-\dfrac{2}{15} \div (-\dfrac{6}{5})$ ..............

**Calcul 1.3**

Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible.

a) $(2 \times 3 \times 5 \times 7)(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{7})$ ..............................................

b) $\left(\dfrac{136}{15} - \dfrac{28}{5} + \dfrac{62}{10}\right) \times \dfrac{21}{24}$ ..............................................

c) $\dfrac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$ ..............................................

d) $\dfrac{1\ 978 \times 1\ 979 + 1\ 980 \times 21 + 1958}{1\ 980 \times 1\ 979 - 1\ 978 \times 1\ 979}$ ..............................................

**Calcul 1.4 — Un petit calcul.**

Écrire $\dfrac{0{,}5 - \frac{3}{17} + \frac{3}{37}}{\frac{5}{6} - \frac{5}{17} + \frac{5}{37}} + \dfrac{0{,}5 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 0{,}2}{\frac{7}{5} - \frac{7}{4} + \frac{7}{3} - 3{,}5}$ sous forme d'une fraction irréductible. ..........

**Calcul 1.5 — Le calcul littéral à la rescousse.**

En utilisant les identités remarquables et le calcul littéral, calculer les nombres suivants.

a) $\dfrac{2\ 022}{(-2\ 022)^2 + (-2\ 021)(2\ 023)}$ ..

b) $\dfrac{2\ 021^2}{2\ 020^2 + 2\ 022^2 - 2}$ ..........

c) $\dfrac{1\ 235 \times 2\ 469 - 1\ 234}{1\ 234 \times 2\ 469 + 1\ 235}$ .........

d) $\dfrac{4\ 002}{1\ 000 \times 1\ 002 - 999 \times 1\ 001}$ ...

### Calcul 1.6 — Les fractions et le calcul littéral.

Mettre sous la forme d'une seule fraction, qu'on écrira sous la forme la plus simple possible.

a) $\dfrac{1}{(n+1)^2} + \dfrac{1}{n+1} - \dfrac{1}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$ ........................................

b) $\dfrac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \dfrac{(a+b)^2}{a-b}$ pour $(a,b,c) \in \mathbb{Z}^3$, distincts deux à deux. ........................

c) $\dfrac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$ pour $n \in \mathbb{N}^* \backslash \{1,2\}$. ..................................................

### Calcul 1.7 — Le quotient de deux sommes de Gauss.

Simplifier $\dfrac{\sum\limits_{k=0}^{n^2} k}{\sum\limits_{k=0}^{n} k}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, en utilisant la formule $1+2+\cdots+p = \dfrac{p(p+1)}{2}$. .....

### Calcul 1.8 — Décomposition en somme d'une partie entière et d'une partie décimale.

Soit $k \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$ et $x \in \mathbb{R}\backslash\{2\}$. Écrire les fractions suivantes sous la forme $a + \dfrac{b}{c}$ avec $b < c$.

a) $\dfrac{29}{6}$ ......  b) $\dfrac{k}{k-1}$ ...  c) $\dfrac{3x-1}{x-2}$ ..

### Calcul 1.9 — Un produit de fractions.

Soit $t \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$. On donne $A = \dfrac{1}{1+t^2} - \dfrac{1}{(1+t)^2}$ et $B = \big(1+t^2\big)(1+t)^2$.

Simplifier $AB$ autant que possible. ..................................................

## Comparaison

### Calcul 1.10 — Règles de comparaison.

Comparer les fractions suivantes avec le signe « $>$ », « $<$ » ou « $=$ ».

a) $\dfrac{3}{5} \dots \dfrac{5}{9}$ .........  b) $\dfrac{12}{11} \dots \dfrac{10}{12}$ ......  c) $\dfrac{125}{25} \dots \dfrac{105}{21}$ ....

### Calcul 1.11 — Produit en croix.

Les nombres $A = \dfrac{33\ 215}{66\ 317}$ et $B = \dfrac{104\ 348}{208\ 341}$ sont-ils égaux ? Oui ou non ? ........................

### Calcul 1.12 — Produit en croix.

On pose $A = \dfrac{100\ 001}{1\ 000\ 001}$ et $B = \dfrac{1\ 000\ 001}{10\ 000\ 001}$ : a-t-on $A > B$, $A = B$ ou $A < B$ ? ..........

**Réponses mélangées**

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{-1}{n(n+1)^2}$ | $-\dfrac{ab}{a-b}$ | $2$ | $3$ | $\dfrac{12}{11} > \dfrac{10}{12}$ | $\dfrac{1}{2}$ | $247$ | $\dfrac{n^3+n}{n+1}$ | $1\ 000$ | $\dfrac{1}{9}$ | |
| $2t$ | $2\ 022$ | $\dfrac{-10}{3}$ | $\dfrac{4}{5}$ | $3 + \dfrac{5}{x-2}$ | $\dfrac{3}{2}n$ | $\dfrac{203}{24}$ | $\dfrac{7}{15}$ | $\dfrac{1}{6}$ | $\dfrac{3}{5} > \dfrac{5}{9}$ | $9$ |
| $4 + \dfrac{5}{6}$ | $A > B$ | $1$ | $\dfrac{16}{35}$ | $2^5$ | $-2 \times 3^{3k-2}$ | Non | $1 + \dfrac{1}{k-1}$ | $\dfrac{125}{25} = \dfrac{105}{21}$ | | |

▶ Réponses et corrigés page 83

# Puissances

**Prérequis**

Opérations sur les puissances (produits, quotients), décompostion en facteurs premiers, sommes d'expressions fractionnaires (même dénominateur), identités remarquables, factorisations et développements simples.

## Calcul 2.1

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

a) $10^5 \cdot 10^3$ ..........

b) $(10^5)^3$ ............

c) $\dfrac{10^5}{10^3}$ ...............

d) $\dfrac{10^{-5}}{10^{-3}}$ ............

e) $\dfrac{(10^5 \cdot 10^{-3})^5}{(10^{-5} \cdot 10^3)^{-3}}$ ....

f) $\dfrac{(10^3)^{-5} \cdot 10^5}{10^3 \cdot 10^{-5}}$ ......

## Calcul 2.2

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme sous la forme $a^n$ avec $a$ et $n$ deux entiers relatifs.

a) $3^4 \cdot 5^4$ ............

b) $(5^3)^{-2}$ ...........

c) $\dfrac{2^5}{2^{-2}}$ ...............

d) $(-7)^3 \cdot (-7)^{-5}$ ....

e) $\dfrac{6^5}{2^5}$ ...............

f) $\dfrac{(30^4)^7}{2^{28} \cdot 5^{28}}$ .........

## Calcul 2.3

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme $2^n \cdot 3^p$, où $n$ et $p$ sont deux entiers relatifs.

a) $\dfrac{2^3 \cdot 3^2}{3^4 \cdot 2^8 \cdot 6^{-1}}$ ..........................

b) $2^{21} + 2^{22}$ ............................

c) $\dfrac{3^{22} + 3^{21}}{3^{22} - 3^{21}}$ ...........................

d) $\dfrac{\left(3^2 \cdot (-2)^4\right)^8}{\left((-3)^5 \cdot 2^3\right)^{-2}}$ .......................

## Calcul 2.4

Dans chaque cas, simplifier au maximum.

a) $\dfrac{8^{17} \cdot 6^{-6}}{9^{-3} \cdot 2^{42}}$ ...........................

b) $\dfrac{55^2 \cdot 121^{-2} \cdot 125^2}{275 \cdot 605^{-2} \cdot 25^4}$ .................

c) $\dfrac{12^{-2} \cdot 15^4}{25^2 \cdot 18^{-4}}$ .........................

d) $\dfrac{36^3 \cdot 70^5 \cdot 10^2}{14^3 \cdot 28^2 \cdot 15^6}$ ......................

## Calcul 2.5

Dans chaque cas, simplifier au maximum l'expression en fonction du réel $x$.

a) $\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{2}{x^2-1}$ ..............

b) $\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{8}{x^2-4}$ ..............

c) $\dfrac{x^2}{x^2-x} + \dfrac{x^3}{x^3+x^2} - \dfrac{2x^2}{x^3-x}$ .........

d) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{x+2}{x^2-4} + \dfrac{2}{x^2-2x}$ ..............

**Réponses mélangées**

$3^{28}$ $\quad 11 \quad 10^2 \quad 8 \quad \dfrac{2x}{x+1} \quad 15^4 \quad (-7)^{-2} \quad \dfrac{x}{x+1}$

$2^{38} \cdot 3^{26} \quad 2^7 \quad 2^6 \cdot 5 \quad 2 \quad 2^{-4} \cdot 3^{-1} \quad 10^{-8} \quad 10^{15} \quad 10^4$

$\dfrac{2}{x-2} \quad 3^{10} \quad 5^{-6} \quad 3^5 \quad 2^{21} \cdot 3 \quad 10^{-2} \quad \dfrac{1}{x-2} \quad 10^8$

► Réponses et corrigés page 86

Fiche de calcul n° 3

003A

# Calcul littéral

**Prérequis**
Les identités remarquables !

## Développer, réduire et ordonner

Dans cette section, on tâchera de mener les calculs avec le minimum d'étapes. Idéalement, on écrira directement le résultat. La variable $x$ représente un nombre réel (ou complexe).

### Calcul 3.1

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes selon les puissances décroissantes de $x$.

a) $\left(2x - \dfrac{1}{2}\right)^3$ ....................

b) $(x-1)^3\big(x^2+x+1\big)$ ...........

c) $(x+1)^2(x-1)\big(x^2-x+1\big)$ ....

d) $(x+1)^2(x-1)\big(x^2+x+1\big)$ ....

e) $(x-1)^2(x+1)\big(x^2+x+1\big)$ ....

f) $\big(x^2+x+1\big)\big(x^2-x+1\big)$ .......

### Calcul 3.2

Développer, réduire et ordonner les expressions polynomiales suivantes selon les puissances croissantes de $x$.

a) $(x-2)^2\big(-x^2+3x-1\big)-(2x-1)(x^3+2)$ ..............................

b) $(2x+3)(5x-8)-(2x-4)(5x-1)$ ....................................

c) $\Big((x+1)^2(x-1)\big(x^2-x+1\big)+1\Big)x-x^6-x^5+2$ ......................

d) $(x+1)(x-1)^2-2\big(x^2+x+1\big)$ ....................................

e) $\Big(x^2+\sqrt{2}x+1\Big)\Big(1-\sqrt{2}x+x^2\Big)$ ................................

f) $\big(x^2+x+1\big)^2$ ..........................................................

## Factoriser

### Calcul 3.3 — Petite mise en jambe.

Factoriser les expressions polynomiales de la variable réelle $x$ suivantes.

a) $-(6x+7)(6x-1)+36x^2-49$ ........................................

b) $25-(10x+3)^2$ ...................................................

c) $(6x-8)(4x-5)+36x^2-64$ ........................................

d) $(-9x-8)(8x+8)+64x^2-64$ ........................................

### Calcul 3.4 — À l'aide de la forme canonique.

Factoriser les polynômes de degré deux suivants en utilisant leur forme canonique. On rappelle que la forme canonique de $ax^2+bx+c$ est $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ (où $a\neq 0$).

a) $x^2-2x+1$ ................

b) $x^2+4x+4$ ................

c) $x^2+3x+2$ ................

d) $3x^2+7x+1$ ..............

e) $2x^2+3x-28$ .............

f) $-5x^2+6x-1$ .............

### Calcul 3.5 — Avec plusieurs variables.

Factoriser sur $\mathbb{R}$ les expressions polynomiales suivantes dont les variables représentent des nombres réels.

a) $(x+y)^2-z^2$ .................

b) $x^2+6xy+9y^2-169x^2$ ........

c) $xy+x+y+1$ ................

d) $xy-x-y+1$ ................

e) $x^3+x^2y+2x^2+2xy+x+y$ ..

f) $y^2(a^2+b^2)+16x^4(-a^2-b^2)$ ..

### Calcul 3.6 — On passe au niveau supérieur.

Factoriser sur $\mathbb{R}$ les expressions polynomiales suivantes dont les variables représentent des nombres réels.

a) $x^4-1$ ..........................................................................

b) $(-9x^2+24)(8x^2+8)+64x^4-64$ ..................................................

c) $x^4+x^2+1$ .....................................................................

d) $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$ ..........................................................

e) $(ap+bq+cr+ds)^2+(aq-bp-cs+dr)^2+(ar+bs-cp-dq)^2+(as-br+cq-dp)^2$ .

**Réponses mélangées**

$2(3x-4)(10x+3)$ $\quad(a^2+b^2)(c^2+d^2)$ $\quad-2+12x-17x^2+8x^3-3x^4$

$(x-1)(x+1)(x^2+1)$ $\quad-5(x-1)\left(x-\dfrac{1}{5}\right)$ $\quad(x-1)(y-1)$ $\quad2-x+x^3-x^4-x^5$

$-8(x^2+1)(x-4)(x+4)$ $\quad(a^2+b^2+c^2+d^2)(p^2+q^2+r^2+s^2)$ $\quad(x+y-z)(x+y+z)$

$(x+1)(y+1)$ $\quad8x^3-6x^2+\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{8}$ $\quad x^5-x^3+x^2-1$ $\quad(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

$x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1$ $\quad(x+2)^2$ $\quad-28+21x$ $\quad1+x^4$ $\quad x^4+x^2+1$

$(a^2+b^2)(y-4x^2)(y+4x^2)$ $\quad(14x+3y)(-12x+3y)$ $\quad-6(6x+7)$ $\quad(x-1)^2$

$3\left(x+\dfrac{7-\sqrt{37}}{6}\right)\left(x+\dfrac{7+\sqrt{37}}{6}\right)$ $\quad-1-3x-3x^2+x^3$ $\quad x^5-x^3-x^2+1$

$(x+y)(x+1)^2$ $\quad2\left(x+\dfrac{3-\sqrt{233}}{4}\right)\left(x+\dfrac{3+\sqrt{233}}{4}\right)$ $\quad1+2x+3x^2+2x^3+x^4$

$x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1$ $\quad(x+1)(x+2)$ $\quad4(5x+4)(-5x+1)$ $\quad-8(x+1)(x+16)$

► Réponses et corrigés page 87

Fiche de calcul n° 4

# Racines carrées

**Prérequis**
Racines carrées. Méthode de la quantité conjuguée.

## Premiers calculs

### Calcul 4.1 — Définition de la racine carrée.

Exprimer sans racine carrée les expressions suivantes.

a) $\sqrt{(-5)^2}$ ..........................

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$ ......................

c) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ ......................

d) $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$ ......................

e) $\sqrt{(3-\pi)^2}$ ........................

f) $\sqrt{(3-a)^2}$ ........................

### Calcul 4.2 — Transformation d'écriture.

Écrire aussi simplement que possible les expressions suivantes.

a) $(2\sqrt{5})^2$ ........................

b) $(2+\sqrt{5})^2$ ......................

c) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ ....................

d) $\sqrt{11+6\sqrt{2}}$ ..................

e) $(3+\sqrt{7})^2-(3-\sqrt{7})^2$ ........

f) $\left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4$ ..................

g) $\left(\dfrac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$ ..................

h) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ .....

## Avec la méthode de la quantité conjuguée

### Calcul 4.3

Rendre rationnels les dénominateurs des expressions suivantes.

a) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$ ........................

b) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ ........................

c) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ ................

d) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ......................

e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ ......................

f) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ ......................

g) $\dfrac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{5-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ .........

h) $\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}\right)^2$ ..................

**Calcul 4.4**

Exprimer la quantité suivante sans racine carrée au dénominateur.

$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ ....................

## Calculs variés

**Calcul 4.5 — Avec une variable.**

On considère la fonction $f$ qui à $x > 1$ associe $f(x) = \sqrt{x-1}$. Pour tout $x > 1$, calculer et simplifier les expressions suivantes.

a) $f(x) + \dfrac{1}{f(x)}$ ....................

b) $\dfrac{f(x+2)-f(x)}{f(x+2)+f(x)}$ ....................

c) $\sqrt{x+2f(x)}$ ....................

d) $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$ ....................

e) $f(x) + 4f''(x)$ ....................

f) $\dfrac{f(x)}{f''(x)}$ ....................

**Calcul 4.6 — Mettre au carré.**

Élever les quantités suivantes au carré pour en donner une expression simplifiée.

a) $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$ ....................

b) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ ....................

**Calcul 4.7 — Méli-mélo.**

Donner une écriture simplifiée des réels suivants.

a) $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$ ....................

b) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ ....................

c) $\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$ ....................

d) $3\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\ln 3}$ ....................

e) $2\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}$ ....................

f) $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ....................

**Calcul 4.8**

Simplifier $\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\dfrac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\dfrac{125}{27}}}$.

On commencera par exprimer $A^3$ en fonction de $A$. ....................

**Réponses mélangées**

$\sqrt{3}-1$ $\quad \ln(1+\sqrt{2})$ $\quad \sqrt{2}$ $\quad \dfrac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4}$ $\quad -\dfrac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$ $\quad 5$

$\dfrac{x(x-2)}{(x-1)\sqrt{x-1}}$ $\quad 1+\sqrt{2}$ $\quad 12$ $\quad 9-\dfrac{10}{3}\sqrt{2}$ $\quad 3-2\sqrt{2}$ $\quad 1$ $\quad 3+\sqrt{2}$

$50-25\sqrt{3}$ $\quad |3-a|$ $\quad -\sqrt{3}+2$ $\quad 12\sqrt{7}$ $\quad 10$ $\quad 20$ $\quad \sqrt{7}-2$

$-(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ $\quad 2\sqrt{2}$ $\quad \dfrac{x}{\sqrt{x-1}}$ $\quad 1+\sqrt{3}$ $\quad -11+5\sqrt{5}$ $\quad 9+4\sqrt{5}$ $\quad 2\sqrt{2}$

$\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{x-1}$ $\quad -4(x-1)^2$ $\quad x-\sqrt{x^2-1}$ $\quad 1+\sqrt{x-1}$ $\quad 2-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\sqrt{6}$

$\sqrt{15}+\sqrt{10}-\sqrt{6}-2$ $\quad 1+\sqrt{2}$ $\quad 1-\sqrt{10}+\sqrt{15}$ $\quad \pi-3$ $\quad 1+\sqrt{5}$ $\quad \sqrt{3}$

► Réponses et corrigés page 89