

---

## Devoir maison du 21 novembre 2018

### TSI 1

---

#### Exercice 1

Soit la fonction  $f : x \mapsto \frac{x}{1+x^2}$

1. Montrer que  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .
2. Montrer que, pour tout  $x$ ,  $|f(x)| \leq \frac{1}{2}$ . Que peut-on en déduire pour la fonction  $f$ ?
3. Calculer  $f'$  puis étudier les variations de  $f$ .
4. On définit la fonction  $g : x \mapsto \sin(\pi f(x))$ .
  - (a) Étudier la parité de  $g$  puis déterminer les variations de  $g$  en précisant ses limites.
  - (b) Donner une équation de la tangente à la courbe de  $g$  pour l'abscisse  $x = 0$ .
  - (c) Tracer le graphe de cette fonction dans le premier repère de l'annexe à rendre avec la copie.

#### Exercice 2

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f \circ f = \text{id}_{\mathbb{R}}$ .

- a) Montrer que l'application  $f$  est bijective.
- b) Soit  $a$  un nombre tel que  $f(a) \neq a$ . Montrer que  $f$  n'est pas croissante sur le segment d'extrémités  $a$  et  $f(a)$ .
- c) On suppose que  $f$  est strictement monotone. Montrer que, ou bien  $f$  est strictement décroissante, ou bien, pour tout  $x$ ,  $f(x) = x$ .
- d) Déterminer une fonction  $g$  strictement décroissante telle que  $g \circ g = \text{id}_{\mathbb{R}}$ .

#### Exercice 3

En détaillant la démarche, tracer la courbe de la fonction  $x \mapsto |3x - 2| - 2|x + 1|$  dans le second repère donné en annexe.

#### Exercice 4

Résoudre les équations suivantes. On sera attentif au domaine de validité des expressions.

a)

$$\arcsin(2x) = \arccos(x)$$

b)

$$\arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

c)

$$\arctan(x) + \arctan(2x) = \frac{\pi}{4}$$

**Annexe à rendre avec la copie**

