
Planche n° 7 : Probabilités

Correction

Exercice 1 : Logique

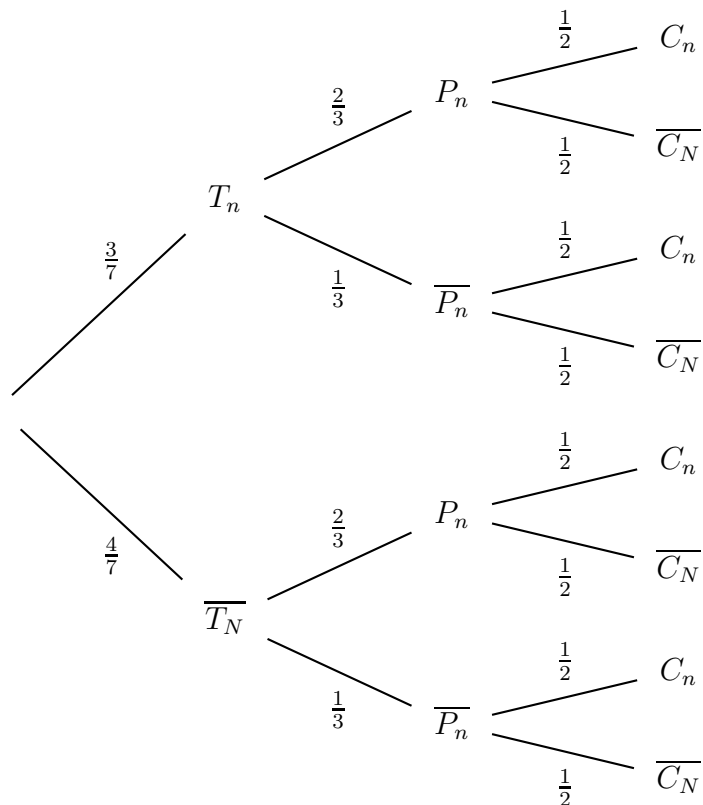
- (E_1) Un élève au moins ne fera ni grec ni latin.
(E_2) Aucun garçon ne sera brun aux yeux verts.
(E_3) Une fille au moins ne portera pas de frange.

Exercice 2 : Choix des vêtements dans un placard

1. Compte-tenu de la composition du placard :

$$\begin{cases} P(T_n) = \frac{3}{7} \\ P(P_n) = \frac{2}{3} \\ P(C_n) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

2. $\overline{C_N} \cap T_N$ correspond à « Il a choisi des chaussures blanches et un T-shirt noir ».
3. (a) L'arbre est le suivant :



(b) Compte-tenu du nombre de chemins dans l'arbre, il peut s'habiller de 8 manières différentes.

4. L'évènement B est réalisé par le chemin $\overline{T_N} \cap \overline{P_N} \cap \overline{C_N}$ dans l'arbre. Sa probabilité est :

$$P(B) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{21}$$

L'évènement M est réalisé par les quatre chemins

$\{T_N \cap P_N \cap C_N; \overline{T_N} \cap P_N \cap C_N; T_N \cap \overline{P_N} \cap \overline{C_N}; \overline{T_N} \cap \overline{P_N} \cap \overline{C_N}\}$ dans l'arbre.

Sa probabilité est :

$$P(M) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Exercice 3 : Dalida

On lui fait vraiment plaisir s'il aime à la fois le chocolat et le caramel¹.

Notons C l'évènement «il aime le chocolat» et S l'évènement «il aime le caramel».

On cherche ainsi la valeur de $P(C \cap S)$

Compte-tenu du fait qu'on rencontre cet habitant au hasard, les statistiques permettent d'en déduire :

$$P(C) = 0,72$$

$$P(S) = 0,23$$

De plus, nous savons que le contraire de l'évènement $C \cup S$ se dit «il n'aime ni le caramel, ni le chocolat.»

Nous avons donc :

$$P(C \cup S) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Utilisons la formule des réunions :

$P(C \cup S) = P(C) + P(S) - P(C \cap S)$ soit $P(C \cap S) = P(C) + P(S) - P(C \cup S)$. On obtient ainsi la probabilité recherchée :

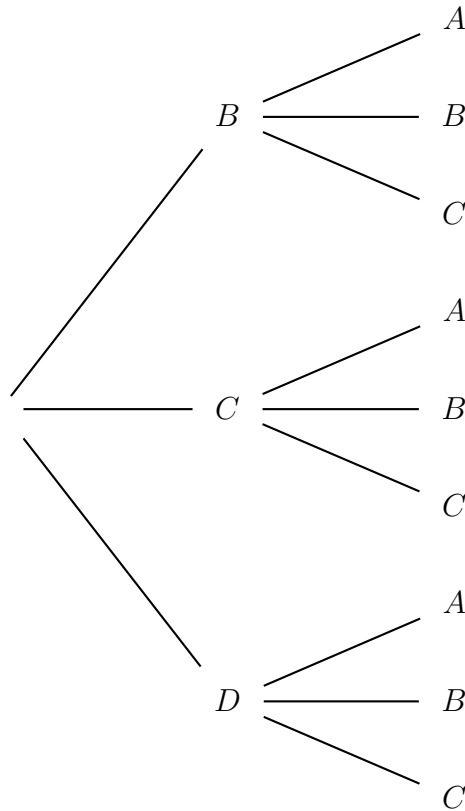
$$P(C \cap S) = 0,72 + 0,23 - 0,8 = 0,15 = \frac{3}{20}.$$

On a 3 chances sur 20 de lui faire vraiment plaisir.

1. Cette hypothèse est discutable. Songez en effet que quelqu'un qui aime à la fois les fraises et le poisson pané n'aimera pas nécessairement des fraises au poisson pané

Exercice 4 : Destinée

1. Comme suggéré par l'énoncé, faisons un arbre, en notant A, B, C, D les bus de 8h06, 8h14, 8h22, 8h30. Le premier niveau d'embranchement correspond au choix de Roméo et le second au choix de Juliette. Cet arbre est *équipondéré*.

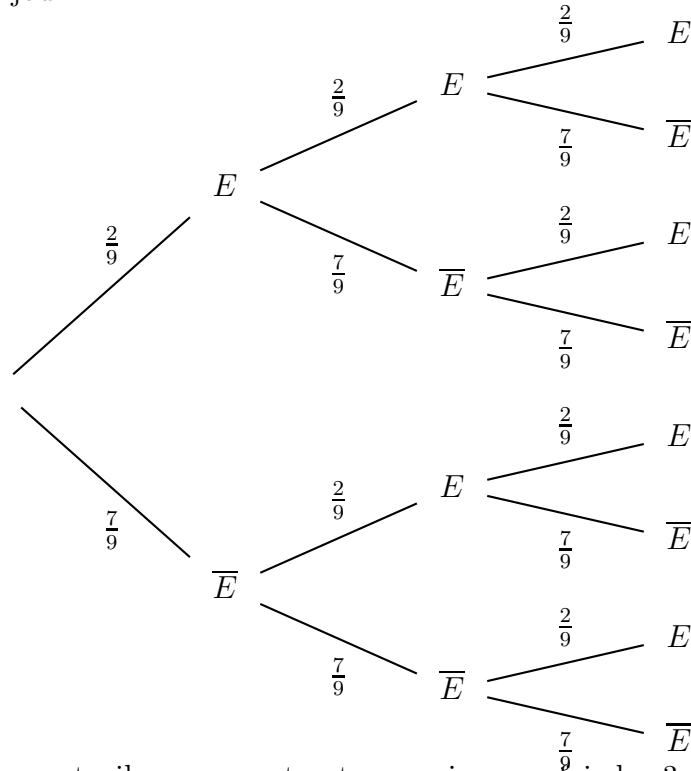


Il n'y a que deux issues pour lesquelles Roméo et Juliette se rencontrent : $\{BB; CC\}$. Comme la probabilité de chaque issue est de $\frac{1}{9}$, on obtient donc que la probabilité

de l'évènement $E = \text{«Ils se rencontrent»}$ est $P(E) = \frac{2}{9}$.

2. La probabilité de l'évènement \bar{E} est $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = \frac{7}{9}$.

Comme suggéré par l'énoncé faisons un arbre où chaque niveau d'embranchement correspond à un jour :



Notons F l'évènement «ils se rencontrent au moins une fois les 3 premiers jours». La probabilité de l'évènement contraire «ils ne se rencontrent pas les 3 premiers jours» est $P(\bar{F}) = P(\bar{E}\bar{E}\bar{E}) = \left(\frac{7}{9}\right)^3$. Ainsi, la probabilité de l'évènement F est

$$P(F) = 1 - P(\bar{F}) = 1 - \left(\frac{7}{9}\right)^3 = \frac{386}{729}.$$

Exercice 5 : Validation d'un test

1. On complète les cases du tableau par rapport aux totaux des lignes et des colonnes.

		MALADE		
		OUI	NON	TOTAL
RÉSULTAT DU TEST	POSITIF	793	12	805
	NEGATIF	7	4188	4195
	TOTAL	800	4200	5000

2. (a) Il y a 800 malades sur 5000 donc la probabilité est $\frac{800}{5000} = \frac{4}{25}$.

(b) C'est l'évènement contraire du précédent. Sa probabilité est donc $1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$.

3. Il y a 7 testés négativement sur 800 malades, la probabilité est donc $\frac{7}{800}$.

4. La probabilité est de $\frac{12}{805}$.