Corrigé rapide d'exercices: Équations de droites

Secondes

16 mars 2017

Seules quelques questions sont corrigées en détail. Pour les autres, on donne les réponses uniquement. Ne pas hésiter à me contacter si certaines corrections ne sont pas claires.

Exercice 41 p.236

Pour montrer que deux droites affines sont parallèles, il faut montrer que leurs coefficients directeurs sont égaux. Dans le cas d'une droite affine et d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées, la question ne se pose pas : ces droites sont forcément sécantes.

1. Le coefficient directeur de (AB) vaut $m_{(AB)} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{5-(-1)}{3-2} = 6$.

   Le coefficient directeur de (CD) vaut $m_{(CD)} = \dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{7-(-5)}{5-3} = 6$.

   Ces deux droites sont donc parallèles.

2. Après calcul, le coefficient directeur de (AB) vaut $m_{(AB)} = \dfrac{-10}{-10} = 1$.

   Après calcul, le coefficient directeur de (BC) vaut $m_{(CD)} = \dfrac{60}{60} = 1$.

   Ces deux droites sont donc parallèles.

3. Après calcul, le coefficient directeur de (AB) vaut $m_{(AB)} = \dfrac{-196}{169}$.

   Après calcul, le coefficient directeur de (BC) vaut $m_{(CD)} = 45$.

   Ces deux droites ne sont donc pas parallèles.

Exercice 44 p.236

Pour montrer que trois points A B, et C sont alignés, il y a plusieurs méthodes possibles. On peut par exemple calculer l'équation de (AB) et vérifier si C appartient à cette droite. Une autre méthode consiste à vérifier si les droites (AB) et (BC) partagent le même coefficient directeur.

1. $x_A \neq x_B$ donc on calcule le coefficient directeur de (AB) :
   $m_{(AB)} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0-6}{6-0} = -1$. Ensuite, on détermine son ordonnée à l'origine :
   $p_{(AB)} = y_A - m_{(AB)} \times x_A = 6 - (-1) \times 0 = 6$. Finalement l'équation de (AB) est $y = -x + 6$.
   Vérifions si C appartient à cette droite : $-x_C + 6 = -3 + 6 = 3 = y_C$ donc C appartient bien à la droite.
   Par suite, les trois points sont bien alignés.
2. Ici, on va appliquer une autre méthode !
   (AB) est une droite affine car $x_B \neq x_A$. On détermine son coefficient directeur :
   Après calcul, on obtient $m_{(AB)} = \dfrac{-16}{-3} = \dfrac{16}{3}$.
   De même, (BC) est une droite affine car $x_B \neq x_C$. On détermine son coefficient directeur :
   Après calcul, on a $m_{(BC)} = \dfrac{11}{5}$.
   Par suite, les droites (AB) et (BC) ne sont pas parallèles, ce qui prouve que les trois points ne sont pas alignés.
3. On applique ici la seconde méthode :
   $m_{(AB)} = \dfrac{60}{20} = 3$ et $m_{(BC)} = \dfrac{72}{24} = 3$. Donc les trois points sont alignés.

Exercice 47 p.236

On utilise encore une fois le critère d'égalité des coefficients directeurs.
Le coefficient directeur de $(\mathcal{D})$ est -5.
Le coefficient directeur de (AB) vaut $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{7}{x+7}$.

On cherche donc x tel que

$$\begin{aligned} -5 = \frac{7}{7+x} &\iff -5(7+x) = 7 \\ &\iff -35 - 5x = 7 \\ &\iff -35 - 7 = 5x \\ &\iff x = \frac{-42}{5} \end{aligned}$$

$x = \dfrac{-42}{5}$ permet donc d'avoir (AB) et $(\mathcal{D})$ parallèles.

Exercice 34 p.235

1. La droite d'équation $x = 3$ est parallèle à l'axe des ordonnées. Elle n'est donc pas parallèle à la droite $(\mathcal{D})$ qui est affine.
2. La droite d'équation $y = 2x$ a le même coefficient directeur que $(\mathcal{D})$. Elle lui est donc parallèle.
3. Ici, on cherche une droite de coefficient directeur 2 et qui passe par A. Il nous faut donc déterminer l'ordonnée à l'origine de cette droite, que nous notons p. Nous savons que $p = y_A - mx_A$ donc $p = 1 - 2 \times 2 = -3$.
   Ainsi la droite d'équation $y = 2x - 3$ vérifie bien les conditions du problème.
4. La droite parallèle à l'axe des ordonnées d'équation $x = 2$ passe bien par A puisque $x_A = 2$. D'autre part, elle est sécante avec $(\mathcal{D})$ qui, elle, est affine.