# Préparation des épreuves communes

Seconde

2013

## Exercice 1

1. C'est l'intervalle $[-2;\ 5]$
2. Par lecture graphique, on obtient :

| y | 1 | 3 | -1,5 |
|---|---|---|---|
| antécédents de y par f | $-2;\ 0,4;\ 5$ | aucun | $1,9;\ 3,8$ |
| antécédents de y par g | $-0,1;\ 3,3$ | aucun | $4,8$ |

Pour rappel, les antécédents de 2 par $f$ sont les **abscisses** des points de la courbe de $f$ d'ordonnée 2.

3. (a) Là encore, par lecture graphique, on obtient l'ensemble $[-2;\ 0,2] \cup [4,4;\ 5]$.

   (b) Ici, on obtient l'ensemble $[-2;\ -1,2] \cup [4,1;\ 5]$.

   Pour rappel, les solutions de $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ qui ont une ordonnée inférieure ou égale à celle du point de même abscisse de la courbe $\mathcal{C}_g$.

4. $f$ possède un maximum en $-1$ qui vaut 2 et un minimum en 3 qui vaut $-2$.
5. Par lecture graphique, on obtient :

| $x$ | $-5$ | | $-4$ | | $3$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $1$ |

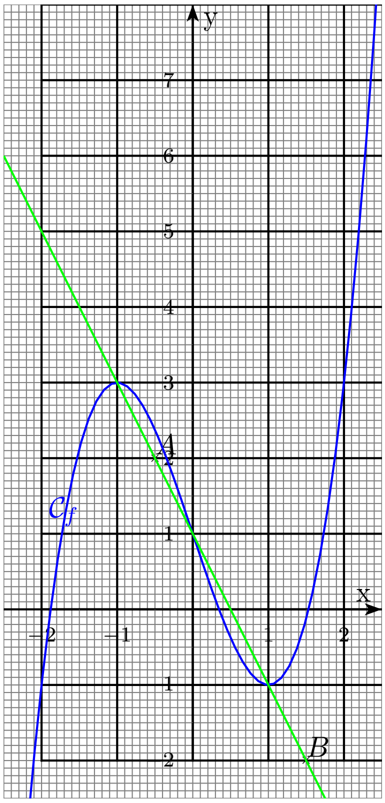
## Exercice 2

1. À l'aide de la calculatrice, on obtient :

| x | $-2$ | $-1,5$ | $-1$ | $-0,5$ | $0$ | $0,5$ | $1$ | $1,5$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| images de x par $g$ | $-1$ | $2,125$ | $3$ | $2,375$ | $1$ | $-0,375$ | $-1$ | $-0,125$ | $3$ |

2. Voir plus bas.
3. Comme les abscisses de $A$ et $B$ sont différentes, il s'agit d'une droite affine dont on doit déterminer le coefficient directeur $m$ et l'ordonnée à l'origine $p$.
   $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-2}{\frac{3}{2}-(-\frac{1}{2})} = \frac{-4}{2} = -2$.
   Pour déterminer $p$ on écrit que le point $A$ appartient à la courbe, ce qui donne :
   $y_A = mx_A + p$, soit $p = y_A - mx_A$. En remplaçant par les valeurs numériques, on obtient :
   $p = 2 - (-2) \times (-\frac{1}{2}) = 2 - 1 = 1$.
   Finalement, l'équation de la droite $(AB)$ est $\boxed{y = -2x + 1}$.

4. L'abscisse $x$ d'un point d'intersection de $(AB)$ et $\mathcal{C}_g$ vérifie :
   $-2x+1 = x^3-3x+1$, ce qui s'écrit de manière équivalente :
   $x^3-3x+1+2x-1=0$, ou encore $x^3-x=0$.
   Or, en développant le membre de droite, on obtient que l'équation $x(x-1)(x+1)=0$ est équivalente à $x(x^2-1)=0$, soit $x^3-x=0$, qui est la même équation.
   Ainsi, l'abscisse $x$ d'un point d'intersection vérifie bien :
   $x(x-1)(x+1)=0$
5. Nous savons que $x(x-1)(x+1)=0$ si et seulement si $x=0$ ou $x=1$ ou $x=-1$. Ces 3 nombres sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_g$ et $(AB)$.




## Exercice 3

1. On calcule les distances $AB$ et $AC$. Comme le repère est orthonormé, on peut appliquer la formule de la distance :
   $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$. Après utilisation d'un programme de la calculatrice, on obtient :
   $AB=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$.
   De la même manière, on obtient, après calcul, $AC=\sqrt{50}=5\sqrt{2}=AB$. Ainsi, le triangle est bien isocèle en $A$.
2. Nous savons que $P$ est le centre du cercle circonscrit au triangle si et seulement si $PA=PB=PC$.
   Après calcul, on vérifie qu'on a bien $PA=PB=PC=\sqrt{\frac{125}{9}}=\frac{5\sqrt{5}}{3}$.
   À la calculatrice, on obtient un nombre sous forme de fraction en utilisant la fonction `▷Frac` accessible depuis le menu `math`. La syntaxe est par exemple 6/8 ▷ Frac

## Exercice 4

1. On rappelle la formule des coordonnées du milieu d'un segment :
   $m[AC]\,(\frac{x_A+x_C}{2};\ \frac{y_A+y_C}{2})$.
   On obtient, ainsi, après l'utilisation du programme de la calculatrice :
   $m[AC]\,(\frac{17}{6};\ \frac{1}{2})$ et $m[BD]\,(\frac{17}{6};\ \frac{1}{2})$.
2. Nous avons rappelé la formule à l'exercice précédent. Nous l'appliquons en utilisant la calculatrice :
   $AC = \sqrt{\frac{130}{9}} = \frac{\sqrt{130}}{3}$.
   $BD = \sqrt{\frac{130}{9}} = \frac{\sqrt{130}}{3}$.
3. Le quadrilatère a ses diagonales de même longueur et qui ont un milieu commun.
   C'est donc un rectangle.
4. Oui, bien sûr. D'après ce qui précède, le milieu des diagonales est le centre du cercle passant par les 4 sommets du rectangle.

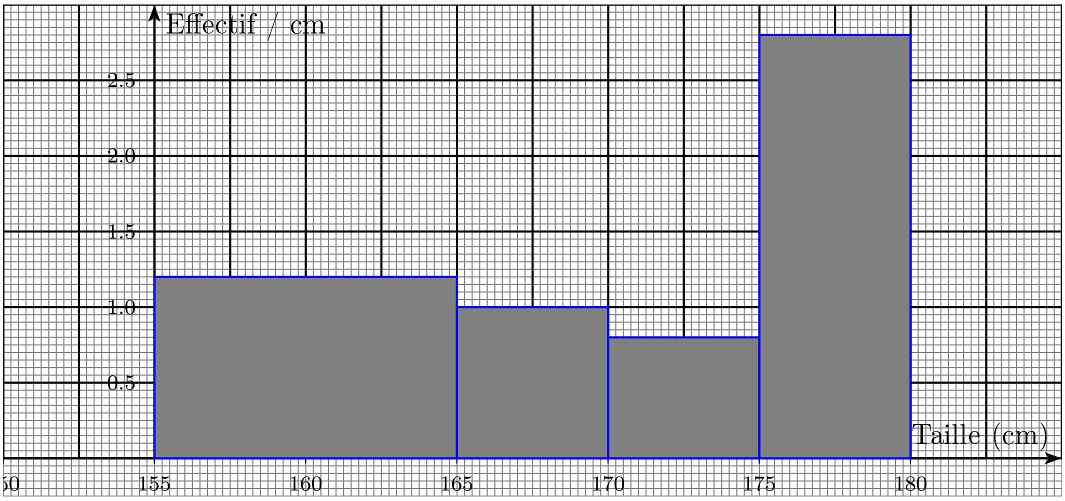
   Le rayon du cercle correspond à la moitié de la longueur d'une diagonale, c'est à dire $\boxed{\dfrac{\sqrt{130}}{6}}$.

## Exercice 5

1. On calcule mentalement l'effectif de la classe de taille $]155; 165]$ en comptant le nombre d'élèves dont la taille est strictement supérieure à 155 et inférieure ou égale à 165. On obtient ainsi un effectif de 12 pour cette classe.
   On réitère l'opération pour chacune des classes.
   D'autre part, nous savons que la hauteur d'un rectangle de l'histogramme est telle que l'aire du rectangle correspond à l'effectif de la classe en question. Pour la classe $]155; 165]$, la hauteur $h$ vérifie donc $h \times 10 = 12$, ce qui donne $h = 1,2$.
   Là encore, nous répétons le calcul pour chacune des classes.

| Taille (cm) | Nombre d'élèves | Hauteur de l'histogramme Nombre d'élèves / cm |
|---|---|---|
| $]155; 165]$ | 12 | $1,2$ |
| $]165; 170]$ | 5 | 1 |
| $]170; 175]$ | 4 | $0,8$ |
| $]175; 180]$ | 13 | $2,6$ |

2. On obtient :




### Exercice 6

1. (a) On peut faire ce calcul de tête $L = (0-1)^2 + (1-0)^2 = 2$. De même, on obtient par un calcul mental $M = 2$.

   (b) Le programme va donc afficher le message «$A$ est le milieu de $[BC]$».

2. Non, l'algorithme n'est pas correct. En effet, dans l'exemple plus haut, $A$ n'est pas le milieu de $[BC]$.

3. Le fait que $AB = AC$ n'implique pas que $A$ soit le milieu de $[BC]$.
   En revanche, nous pouvons dire sans crainte que $AB = AC$ si et seulement si le triangle $ABC$ est isocèle en $A$.
   Nous pouvons également affirmer que $AB = AC$ si et seulement si $A$ appartient à la médiatrice de $[BC]$.
   Il y a donc plusieurs réponses à cette question. Choisissons par exemple d'informer l'utilisateur sur la nature du triangle $ABC$.
   L'algorithme corrigé est ainsi :

La machine demande à l'utilisateur d'entrer un nombre stocké dans la variable $x_A$
La machine demande à l'utilisateur d'entrer un nombre stocké dans la variable $y_A$
La machine demande à l'utilisateur d'entrer un nombre stocké dans la variable $x_B$
La machine demande à l'utilisateur d'entrer un nombre stocké dans la variable $y_B$
La machine demande à l'utilisateur d'entrer un nombre stocké dans la variable $x_C$
La machine demande à l'utilisateur d'entrer un nombre stocké dans la variable $y_C$
La machine calcule $((x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2)$ et stocke le résultat dans la variable $L$
La machine calcule $((x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2)$ et stocke le résultat dans la variable $M$
Si $L = M$ alors
    La machine affiche "$ABC$ est isocèle en A"
Sinon
    La machine affiche "$ABC$ n'est pas isocèle en A"
Fin Si