1°S

Notion d'équation de cercle

On se place dans un repère orthonormé.

Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon $r > 0$. Si $M(x; y)$ est un point du plan, alors :

$M \in \mathscr{C} \iff \Omega M = r \iff \Omega M^2 = r^2 \iff \boxed{(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = r^2}$.

Cette dernière égalité s'appelle une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

Exercices résolus :

• **1)** Déterminer une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$ de centre $\Omega(-1; 4)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

$\hookrightarrow$ Une équation de $\mathscr{C}$ est : $(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = \sqrt{3}^2$, ce qui équivaut à

$(x+1)^2 + (y-4)^2 = 3 \iff x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 3 \iff x^2 + 2x + y^2 - 8y + 14 = 0$.

• **2)** Déterminer le centre et le rayon du cercle $\mathscr{C}$ dont une équation cartésienne est :

$$(E)\ :\ x^2 - 4x + y^2 + y + 2 = 0\ .$$

$\hookrightarrow$ Il suffit de mettre $x^2 - 4x$ et $y^2 + y$ sous forme canonique. Ainsi :

$(E) \iff (x-2)^2 - 2^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = 0$

$(E) \iff (x-2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0$

$(E) \iff (x-2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\mathscr{C}$ a donc pour centre $\Omega\left(2; -\frac{1}{2}\right)$ et pour rayon $\frac{3}{2}$.