

- Si $x \neq 0$, on a $f(x) = \frac{4 - \frac{1}{x}}{1 + 2 \times \frac{1}{x}}$ donc par produit, somme et quotient,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{4 - 0}{1 + 2 \times 0} = 4 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{4 - 0}{1 + 2 \times 0} = 4. \quad \text{On en déduit}$$

que la droite D_1 d'équation $y = 4$ est asymptote à $\mathcal{C}_f$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

- On a $\lim_{x \rightarrow -2} (4x - 1) = -9 < 0$ et $\lim_{x \rightarrow -2} (x + 2) = 0$

- Si $x > -2$, on a $x + 2 > 0$ donc $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} (x + 2) = 0^+$

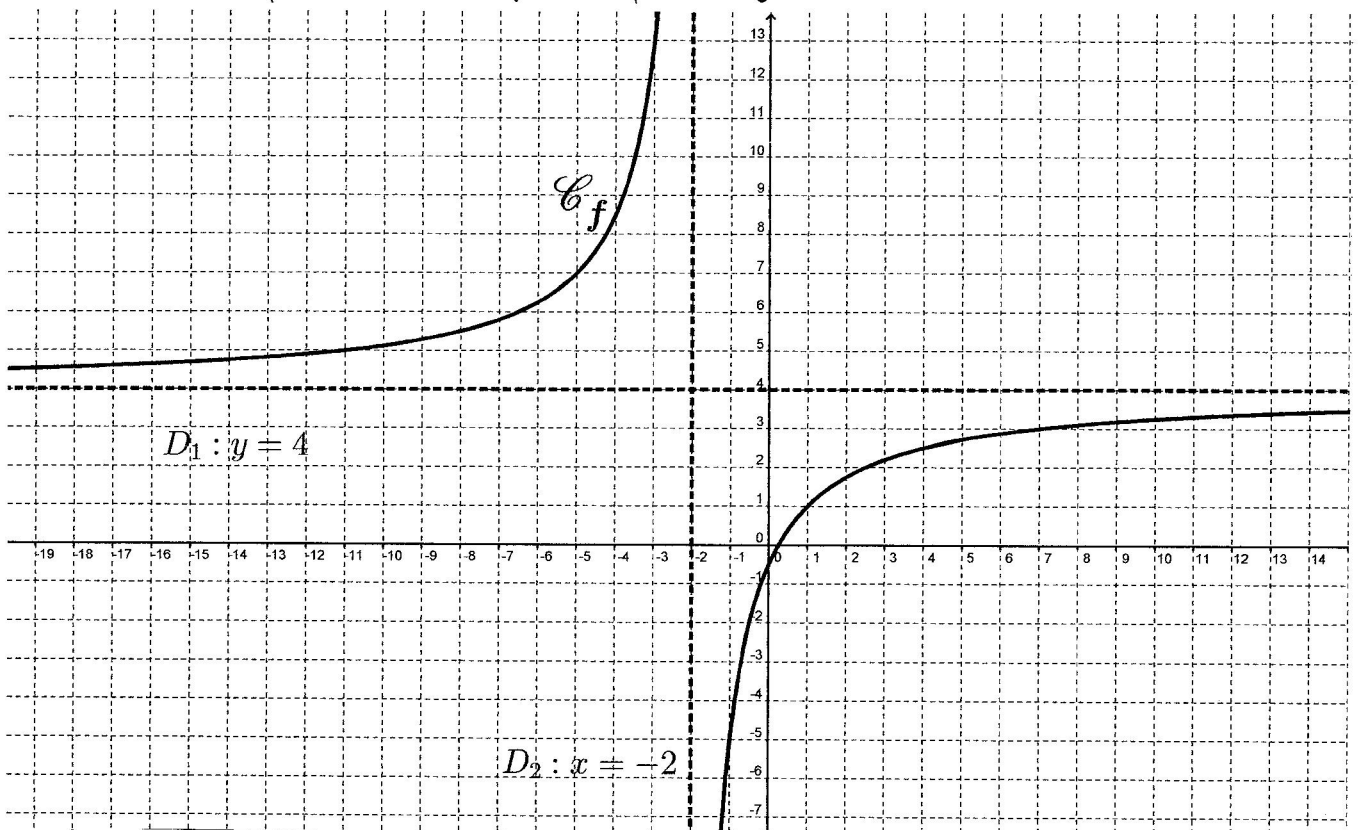
Si $x < -2$, on a $x + 2 < 0$ donc $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} (x + 2) = 0^-$

} d'où par quotient*

* $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} f(x) = -\infty$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x) = +\infty$.

On en déduit que la droite D_2 d'équation $x = -2$ est asymptote à $\mathcal{C}_f$.

Allure de la représentation graphique de f :



(L'étude des variations de f est laissée en exercice)