

Exercice supplémentaire

Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle $[0; 1]$ telle que : $\forall x \in [0; 1], f'(x) \in [0; 1]$.
Montrer que $\int_0^1 f(x)^3 \, dx \leq \left(\int_0^1 f(x) \, dx \right)^2$.

—→ **Indication** : utiliser la fonction φ , définie sur $[0; 1]$ par :

$$\varphi(x) = \left(\int_0^x f(t) \, dt \right)^2 - \int_0^x f(t)^3 \, dt.$$