

**VRAI / FAUX** (suites numériques)

*Si la proposition vous semble vraie, apportez-en la preuve rigoureuse. Sinon, exhibez un contre-exemple.*

- 1) Toute suite divergeant vers  $+\infty$  est croissante à partir d'un certain rang.
- 2) Si les suites  $(u_n + v_n)$  et  $(u_n v_n)$  sont convergentes alors  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent également.
- 3) Soit  $(u_n)$  une suite à termes dans  $\mathbb{R}_+^*$ . Si la suite  $\left(\frac{1}{u_n}\right)$  converge alors  $(u_n)$  converge aussi.
- 4) Si  $(u_n)$  converge vers 1 et  $(v_n)$  converge vers 2 alors pour  $n$  assez grand, on a :  $u_n < v_n$ .
- 5) Si  $(u_n)$  converge vers  $a$  et que pour  $n$  assez grand  $u_n < b$ , alors  $a < b$ .
- 6) Si  $(u_n)$  est une suite qui converge vers un réel  $a$  et  $(v_n)$  est une suite divergente, alors la suite  $(u_n + v_n)$  est divergente.
- 7) Si  $(u_n)$  est une suite qui converge vers un réel  $a$  et  $(v_n)$  est une suite divergente, alors la suite  $(u_n v_n)$  est divergente.
- 8) Si  $(u_n)$  est positive et converge vers 0 alors  $u$  est décroissante à partir d'un certain rang.
- 9) Une suite a toujours soit un minorant, soit un majorant.
- 10) Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = a \in \mathbb{R}$  et si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  alors  $(v_n)$  converge vers 0.
- 11) Toute suite convergeant vers 1 est positive à partir d'un certain rang.
- 12) Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont deux suites telles que  $0 < u_n < 1$  et  $0 < v_n < 1$  pour tout entier  $n$ , et que  $(u_n v_n)$  converge vers 1 alors  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent également vers 1.
- 13) Si  $(u_n)$  est strictement positive et converge vers 0, on a :  $u_n^2 < u_n$  pour  $n$  assez grand.