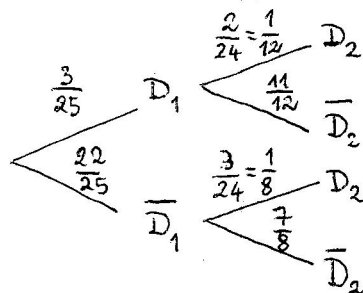


### Partie A

Il s'agit d'une situation de tirage sans remise ; celle-ci peut être modélisée par l'arbre pondéré :



$D_1$  = « le premier ordinateur choisi est défectueux »

$D_2$  = « le second ordinateur choisi est défectueux »

La probabilité cherchée est  $p(D_1 \cap D_2) = \frac{3}{25} \times \frac{1}{12} = 0,01$

Partie B 1) On a  $p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = [-e^{-\lambda x}]_0^t = -e^{-\lambda t} - (-e^0) = 1 - e^{-\lambda t}$ .

Donc  $p(X > 5) = 1 - p(X \leq 5) = 1 - (1 - e^{-5\lambda}) = e^{-5\lambda}$ . En en déduisant que  $e^{-5\lambda} = 0,4$ , d'où  $-5\lambda = \ln 0,4$ , soit  $\lambda = -\frac{1}{5} \ln 0,4 \approx 0,183$

2) La probabilité cherchée est  $p_{(X>3)}(X>5) = \frac{p[(X>3) \cap (X>5)]}{p(X>3)} = \frac{p(X>5)}{p(X>3)}$

Car si  $t \geq 0$ ,  $p(X > t) = 1 - p(X \leq t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t}) = e^{-\lambda t}$  donc

$$p_{(X>3)}(X>5) = \frac{e^{-5\lambda}}{e^{-3\lambda}} = e^{-2\lambda} = e^{-0,36} \approx 0,698$$

3) a) On peut modéliser la situation par un schéma de Bernoulli obtenu en répétant 10 fois de manière indépendante l'épreuve élémentaire : « choisir un ordinateur » avec pour succès  $S$  = « l'ordinateur a une durée de vie supérieure à 5 ans » et  $p = p(S) = 0,4$ . Si  $X$  désigne le nombre de succès (c'est-à-dire ici le nombre d'ordinateurs dont la durée de vie dépasse 5 ans dans le lot de 10), alors  $X$  suit la loi binomiale  $B(10; 0,4)$ .

La probabilité cherchée est  $p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - \binom{10}{0} 0,4^0 \times 0,6^{10} = 1 - 0,6^{10} \approx 0,994$

3) b) Le raisonnement est identique à celui fait précédemment en remplaçant 10 par un  $n$  quelconque :  $p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - \binom{n}{0} 0,4^0 \times 0,6^n = 1 - 0,6^n$ .

Il s'agit alors de résoudre l'inéquation :  $1 - 0,6^n \geq 0,999$

$\Leftrightarrow 0,6^n \leq 0,001 \Leftrightarrow \ln(0,6^n) \leq \ln(0,001)$  par stricte croissance de la fonction  $\ln$  sur  $]0; +\infty[$ , ce qui équivaut à :

$$n \ln 0,6 \leq \ln(0,001) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,6)} \quad (\text{attention } \ln(0,6) < 0 \text{ car } 0,6 \in ]0,1[)$$

Or  $\frac{\ln(0,001)}{\ln 0,6} \approx 13,5$  ; il faut donc au minimum 14 ordinateurs.