

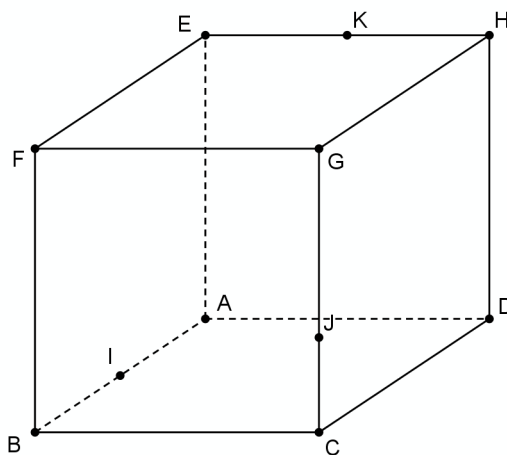
Devoir de Pâques

• Exercice I

On a représenté ci-dessous un cube $ABCDEFGH$ de l'espace. Le point I (resp. J , K) est sur l'arête $[AB]$ (resp. $[GC]$, $[EH]$).

Les constructions demandées dans les questions 1.a., 1.b. et 2. doivent être justifiées.

- Construire le point d'intersection de la droite (IK) et du plan (CDG) .
Indication : on pourra utiliser le projeté de I sur $[CD]$ parallèlement à (AD) .
 - Construire la droite d'intersection du plan (IJK) avec le plan (CDG) puis celle avec le plan (EFG) .
- Construire la droite d'intersection du plan (IJK) et du plan (ABC) .
- Construire la section du cube $ABCDEFGH$ par le plan (IJK) .



• **Exercice II**

Le but de cet exercice est de déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de l'intégrale :

$$I = \int_0^1 \left(\frac{e^{-x}}{2-x} \right) dx$$

1.
 - a. Dresser le tableau des variations de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^{-x}}{2-x}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 - b. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 1]$, on a : $\frac{1}{e} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$.
2. Soit J et K les intégrales définies par : $J = \int_0^1 (2+x)e^{-x} dx$ et $K = \int_0^1 x^2 f(x) dx$.
 - a. Trouver deux réels a et b tels que la fonction $H : x \mapsto (ax+b)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction $h : x \mapsto (x+2)e^{-x}$ sur \mathbb{R} . En déduire que $J = 3 - \frac{4}{e}$.
 - b. Utiliser la question 1.b. pour démontrer que : $\frac{1}{3e} \leq K \leq \frac{1}{6}$.
 - c. Démontrer que $J + K = 4I$.
 - d. Déduire de tout ce qui précède un encadrement de I , puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près de I .