Devoir de Mathématiques

À rendre mardi 06/11

I

Soit F la fonction définie sur $\mathrm{I} =]-1;+\infty[$ par $F(x) = \dfrac{-6x^3+6x^2-4x-1}{(x+1)^4}$.

Montrer que F est dérivable*** sur I et que : $F'(x) = \dfrac{6x^3-30x^2+24x}{(x+1)^5}$.

Dresser alors le tableau des variations de F sur I.

II

Soit la fonction $f : x \mapsto (x-2)\sqrt{2x-x^2}$.

$\mathcal{C}$ désigne le graphe de f dans un repère orthonormé (unité : 4 cm).

1) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}$ de *f*.

2) Démontrer que f est dérivable*** sur $\mathrm{I} =]0;2[$ et que pour tout $x \in \mathrm{I}$,

$$f'(x) = \frac{-2x^2+5x-2}{\sqrt{2x-x^2}} .$$

3) Dresser le tableau des variations de f sur $\mathcal{D}$ (justifications attendues).

4) Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

5) **a)** Soit $h \in]0;2]$. Montrer que $\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h} = \dfrac{(h-2)\sqrt{2-h}}{\sqrt{h}}$.

Vers quoi tend $\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$ lorsque *h* tend vers 0 ?

b) Soit $h \in [-2;0[$. Montrer que $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = \sqrt{-h^2-2h}$.

Vers quoi tend $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$ lorsque *h* tend vers 0 ?

c) Quelles conséquences graphiques peut-on tirer des deux résultats précédents ?

6) Tracer soigneusement $\mathcal{C}$ et T.

(***) Les élèves partis à Bilbao doivent rattraper ce qui a été fait en leur absence. En particulier, dans le cours, il est indiqué comment dériver une fonction du type u^n lorsque *u* est une fonction dérivable et *n* un entier relatif non nul, et comment dériver une fonction du type $\sqrt{u}$ lorsque *u* est une fonction dérivable et strictement positive.