

Suites et algorithmique : les bases

Correction

[1]

```

S ← 0
Pour K allant de 1 à N , faire :
    S ← S +  $\frac{1}{K}$ 
Fin Pour

```

```

S ← 1
N ← 1
Tant que S ≤ M , faire :
    S ← S +  $\frac{1}{N+1}$ 
    N ← N + 1
Fin Tant que

```

[2] Posons $\varepsilon = 0,0001$; comme (u_n) converge vers 2, il existe un entier naturel n_1 tel que pour tout entier $n \geq n_1$, $u_n \in]2 - \varepsilon; 2 + \varepsilon[$. On a en particulier $u_{n_1} \in]1,9999; 2,0001[$.

```

U ← 23
N ← 0
Tant que (U ≤ 1,9999 ou U ≥ 2,0001) , faire :
    U ←  $\sqrt{2 + U}$ 
    N ← N + 1
Fin Tant que

```

[3]

```

U ← 2
Pour K allant de 1 à N , faire :
    U ←  $\frac{U}{(K-1)^2 + 1} + 1$ 
Fin Pour

```

ou

```

U ← 2
Pour K allant de 0 à N - 1 , faire :
    U ←  $\frac{U}{K^2 + 1} + 1$ 
Fin Pour

```

[4] Posons $\varepsilon = 1$.

Comme (u_n) converge vers 6, il existe un entier naturel n_1 tel que pour tout entier $n \geq n_1$, $u_n \in]6 - \varepsilon; 6 + \varepsilon[$. En particulier, on a pour tout $n \geq n_1$, $u_n > 5$.

Comme (v_n) converge vers 4, il existe un entier naturel n_2 tel que pour tout entier $n \geq n_2$, $v_n \in]4 - \varepsilon; 4 + \varepsilon[$. En particulier, on a pour tout $n \geq n_2$, $v_n < 5$.

Posons $n_3 = \max(n_1, n_2)$; on a $n_3 \geq n_1$ et $n_3 \geq n_2$, donc $5 < u_{n_3}$ et $v_{n_3} < 5$, ce qui entraîne en particulier que $v_{n_3} \leq u_{n_3}$.

L'algorithme calcule la valeur du plus petit entier naturel n tel que $v_n \leq u_n$ (valeur stockée dans N une fois que l'algorithme s'est arrêté).

[5] Posons $\varepsilon = 1$; comme (u_n) converge vers 0, il existe un entier n_1 tel que pour tout entier $n \geq n_1$, $u_n \in]0 - \varepsilon; 0 + \varepsilon[$ et comme $u_n \geq 0$, on a $u_n \in [0; \varepsilon[$. En particulier, on a $u_{n_1} < 0,00001$.

L'algorithme calcule le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0,00001$ (valeur stockée dans N une fois que l'algorithme s'est arrêté).

[6]

```
U ← 0,37
Pour K allant de 2 à 2019 , faire :
    Si U < 1 , faire :
        U ← 2U
    Sinon, faire :
        U ← U - 0,5
    Fin Si/Sinon
Fin Pour
```

[7]

```
G ← 1
D ← 2
Tant que D - G > E , faire :
    M ←  $\frac{G + D}{2}$ 
    Si  $M^2 > 2$  , faire :
        D ← M
    Sinon, faire :
        G ← M
    Fin Si/Sinon
Fin Tant que
```