Suites et algorithmique : les bases

1 Compléter l'algorithme suivant afin qu'il calcule la somme $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$, où n est un entier supérieur ou égal à 1.

```
S ⟵ _ _ _
Pour K allant de _ _ _ à _ _ _ , faire :
    S ⟵ _ _ _ _ _ _
Fin Pour
```

(S est un réel, K et N sont des entiers)

On admet que la suite (S_n) diverge vers $+\infty$. Soit M un réel ; compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $S_n \in]\mathrm{M}; +\infty[$.

```
S ⟵ 1
N ⟵ 1
Tant que _ _ _ _ _ _ _ , faire :
    S ⟵ _ _ _ _ _ _
    N ⟵ _ _ _ _ _ _
Fin Tant que
```

(S est un réel, N un entier)

2 Soit (u_n) la suite définie par son terme initial $u_0 = 23$ et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}\,.$$

On admet que la suite (u_n) converge vers 2.

Compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \in]1,9999\,;2,0001[$ (d'abord : pourquoi un tel n existe-t-il bien ?).

```
U ⟵ _ _ _
N ⟵ _ _ _
Tant que _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ , faire :
    U ⟵ _ _ _ _ _ _
    N ⟵ _ _ _ _ _ _
Fin Tant que
```

3 Soit (u_n) la suite définie par son terme initial $u_0 = 2$ et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{n^2 + 1} + 1\,.$$

– Calculer « à la main » u_1, u_2 et u_3.

– Soit N un entier strictement positif ; compléter l'algorithme suivant afin qu'il calcule la valeur du terme de rang N de la suite (u_n).

```
U ⟵ ___
Pour K allant de ___ à ___ , faire :
    U ⟵ __________
Fin Pour
```

(U est un réel, K et N sont des entiers)

$\boxed{4}$ Soient (u_n) et (v_n) les suites définies respectivement par

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 0,5u_n + 3 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 10\,000 \\ v_{n+1} = 0,75v_n + 1 \end{cases} .$$

On admet que (u_n) converge vers 6 et que (v_n) converge vers 4.

U et V sont des réels et N est un entier.
Que fait l'algorithme suivant, et pourquoi s'arrête-t-il ?

```
U ⟵ 0
V ⟵ 10 000
N ⟵ 0
Tant que U − V < 0 , faire :
    U ⟵ 0,5U + 3
    V ⟵ 0,75V + 1
    N ⟵ N + 1
Fin Tant que
```

$\boxed{5}$ Soit (u_n) la suite définie par son terme initial $u_0 = 0,25$ et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = u_n^2 + 0,5u_n .$$

On admet que la suite (u_n) est positive et converge vers 0.

U est un réel et N un entier. Que fait l'algorithme suivant et pourquoi s'arrête-t-il ?

```
U ⟵ 0,25
N ⟵ 0
Tant que U ⩾ 0,000 01 , faire :
    U ⟵ U² + 0,5U
    N ⟵ N + 1
Fin Tant que
```

$\boxed{6}$ Soit (u_n) la suite définie par son terme initial $u_1 = 0,37$ et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = \begin{cases} 2u_n \text{ si } u_n < 1 \\ u_n - 0,5 \text{ si } u_n \geqslant 1 \end{cases} .$$

- Calculer « à la main » u_k, pour $2 \leqslant k \leqslant 7$.
- Compléter l'algorithme suivant afin qu'il calcule la valeur de u_{2019}.

U ⟵ _ _ _
Pour K allant de _ _ _ à _ _ _ , faire :
    Si _ _ _ _ _ _ _ , faire :
        _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
    Sinon, faire :
        _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
    Fin Si/Sinon
Fin Pour

(U est un réel, K un entier)

$\boxed{7}$ E est un réel strictement positif choisi au départ. Compléter l'algorithme suivant afin de déterminer un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à E (ce qui revient à trouver deux réels g et d tels que $g \leqslant \sqrt{2} \leqslant d$, avec $d - g \leqslant \mathrm{E}$).

G ⟵ 1
D ⟵ 2
Tant que _ _ _ _ _ _ _ , faire :
    M ⟵ $\dfrac{\mathrm{G}+\mathrm{D}}{2}$
    Si $\mathrm{M}^2 > 2$, faire :
        _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
    Sinon, faire :
        _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
    Fin Si/Sinon
Fin Tant que

(E, G, D et M sont des réels)