

Devoir de Mathématiques

À rendre lundi 06/11

I

Soit F la fonction définie sur $I =]-1; +\infty[$ par $F(x) = \frac{-6x^3 + 6x^2 - 4x - 1}{(x+1)^4}$.

Montrer que F est dérivable sur I et que : $F'(x) = \frac{6x^3 - 30x^2 + 24x}{(x+1)^5}$.

Dresser alors le tableau des variations de F sur I .

II

Soit la fonction $f : x \mapsto (x-2)\sqrt{2x-x^2}$.

$\mathcal{C}$ désigne le graphe de f dans un repère orthonormé (unité : 4 cm).

1) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}$ de f .

2) Démontrer que f est dérivable sur $I =]0; 2[$ et que pour tout $x \in I$,

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 5x - 2}{\sqrt{2x - x^2}}.$$

3) Dresser le tableau des variations de f sur $\mathcal{D}$ (justifications attendues).

4) Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

5) a) Soit $h \in]0; 2]$. Montrer que $\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{(h-2)\sqrt{2-h}}{\sqrt{h}}$.

Vers quoi tend $\frac{f(0+h) - f(0)}{h}$ lorsque h tend vers 0 ?

b) Soit $h \in [-2; 0[$. Montrer que $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \sqrt{-h^2 - 2h}$.

Vers quoi tend $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ lorsque h tend vers 0 ?

c) Quelles conséquences graphiques peut-on tirer des deux résultats précédents ?

6) Tracer soigneusement $\mathcal{C}$ et T .