

Correction de l'exercice n°24 (questions c. et d.) page 50

c) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; on a $u_n = \sqrt{n} - n = n \left(\frac{\sqrt{n}}{n} - 1 \right) = n \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right)$.

Par somme, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) = 0 - 1 = -1$
d'autre part, $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$ } donc par produit, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

d) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; on a $u_n = \frac{\sqrt{n}}{n + \sqrt{n}} = \frac{\frac{\sqrt{n}}{n}}{\frac{n + \sqrt{n}}{n}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{n}}}$.

Par somme et quotient, on déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{0}{1 + 0} = 0$.