Correction des calculs d'intégrales n°5 et 6

5) Pour tout réel $x \geqslant 0$, on a $\dfrac{3}{\sqrt{10x+4}} = \dfrac{3}{10} \times \dfrac{10}{\sqrt{10x+4}}$, soit $\dfrac{3}{\sqrt{10x+4}} = \dfrac{3}{10} \times \dfrac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$, avec $u : x \mapsto 10x+4$. Les primitives de $x \mapsto \dfrac{3}{\sqrt{10x+4}}$ sur $[0;+\infty[$ sont donc les fonctions de la forme $F = \dfrac{3}{10} \times 2\sqrt{u} + c = \dfrac{3}{5}\sqrt{u} + c$, où c est une constante réelle arbitraire.
Par conséquent, $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{3}{\sqrt{10x+4}}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{3}{5}\sqrt{10x+4}\right]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{5}\sqrt{9} - \frac{3}{5}\sqrt{4} = \frac{3}{5}$.

6) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $\dfrac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x+1)^2} = u'(x) \times u(x)^{-2}$, avec $u : x \mapsto \mathrm{e}^x + 1$. Les primitives de $x \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x+1)^2}$ sur $\mathbb{R}$ sont donc les fonctions de la forme $F = \dfrac{1}{-2+1}u^{-2+1} + c = -\dfrac{1}{u} + c$, où c est une constante réelle arbitraire.
On a donc $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x+1)^2}\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{\mathrm{e}^x+1}\right]_{-1}^{1} = -\frac{1}{\mathrm{e}+1} + \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{e}}+1} = -\frac{1}{\mathrm{e}+1} + \frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}} = \frac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}+1}$.