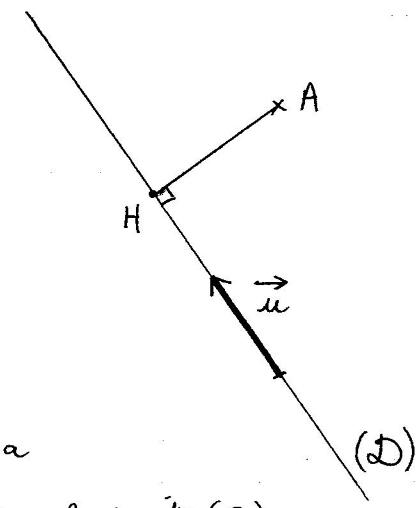
TS 2 2015/2016

Bac S, Métropole, juin 2008, ex 2

→ Correction de la question 4)



La distance du point A à la droite $(\mathcal{D})$ est la distance AH, où H est le projeté orthogonal de A sur $(\mathcal{D})$.

Comme $H \in (\mathcal{D})$, il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que

$\begin{cases} x_H = -2+t \\ y_H = 3 \\ z_H = t \end{cases}$ et comme $(AH) \perp (\mathcal{D})$, on a $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$, où $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ dirige la droite $(\mathcal{D})$.

Comme $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} x_H - x_A \\ y_H - y_A \\ z_H - z_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} -2+t-1 \\ 3-1 \\ t-0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} t-3 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$, on obtient :

$1 \times (t-3) + 0 \times 2 + 1 \times t = 0$, d'où $2t - 3 = 0$, soit $t = \frac{3}{2}$.

Ainsi : $H\begin{pmatrix} -2+\frac{3}{2} \\ 3 \\ 3/2 \end{pmatrix}$, soit $H\begin{pmatrix} -1/2 \\ 3 \\ 3/2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} \frac{3}{2}-3 \\ 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} -3/2 \\ 2 \\ 3/2 \end{pmatrix}$.

Finalement $AH = \|\overrightarrow{AH}\| = \sqrt{(-3/2)^2 + 2^2 + (3/2)^2} = \sqrt{\frac{34}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.