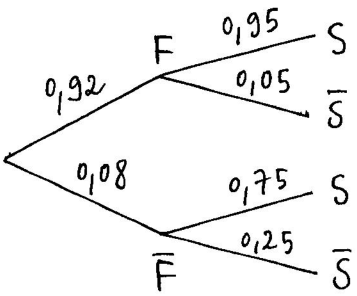
TS – Correction de l'exercice 3, ASIE, juin 2007

1) a) $p(F) = 0{,}92$; $p_F(S) = 0{,}95$ et $p(\overline{S} \cap \overline{F}) = 0{,}02$

1) b) On a $p(\overline{F}) = 1 - p(F) = 0{,}08$ donc $p_{\overline{F}}(\overline{S}) = \dfrac{p(\overline{S} \cap \overline{F})}{p(\overline{F})} = \dfrac{0{,}02}{0{,}08} = \dfrac{1}{4}$

1) c)



on a $p_F(\overline{S}) = 1 - p_F(S) = 0{,}05$

et $p_{\overline{F}}(S) = 1 - p_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0{,}75$

2) a) D'après la formule des probabilités totales, on a : $p(S) = p(S \cap F) + p(S \cap \overline{F})$

d'où $p(S) = p(F) \times p_F(S) + p(\overline{F}) \times p_{\overline{F}}(S) = 0{,}92 \times 0{,}95 + 0{,}08 \times 0{,}75 = 0{,}934$

2) b) Il s'agit de calculer $p_S(F) = \dfrac{p(S \cap F)}{p(S)} = \dfrac{p(F) \times p_F(S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}874}{0{,}934} \approx 0{,}936$

3) a)

b_i	10	5	0
$p_i = p(B = b_i)$	0,874	0,06	0,066

$p(B=10) = p(F \cap S) = p_F(S) \times p(F) = 0{,}874$

$p(B=0) = p(\overline{S}) = 1 - p(S) = 1 - 0{,}934 = 0{,}066$

$p(B=5) = 1 - [p(B=0) + p(B=10)] = 0{,}06$

3) b) On a $E(B) = \sum_{i=1}^{3} p_i b_i = 0{,}874 \times 10 + 0{,}06 \times 5 + 0{,}066 \times 0 = 9{,}04$

(valeur qui représente le bénéfice moyen par jouet)

4) On peut modéliser la situation par un schéma de Bernoulli obtenu en répétant 10 fois de manière indépendante l'épreuve élémentaire « prélever un jouet dans la production de l'entreprise » avec pour succès S = « le jouet subit avec succès le test de solidité » et $p = p(S) = 0{,}934$.

X désigne le nombre de succès au bout des 10 répétitions donc X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(10 ; 0{,}934)$.

La probabilité cherchée est donc $p(X \geq 8) = p(X=8) + p(X=9) + p(X=10)$

soit $p(X \geq 8) = \binom{10}{8} 0{,}934^8 \times 0{,}066^2 + \binom{10}{9} 0{,}934^9 \times 0{,}066^1 + \binom{10}{10} 0{,}934^{10} \times 0{,}066^0 \approx 0{,}976$