

**Devoir de Mathématiques***À rendre lundi 2 mai 2016***I** Exercice n°95 p 291 (*manuel Math'x, Éditions Didier, 2012*).**II** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On prendra 1 cm pour unité graphique.

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 2z + 2 = 0$ .
2. Soit A, B, C et D les points d'affixes respectives :  
 $z_A = 1 + i$  ;  $z_B = \overline{z_A}$  ;  $z_C = 2z_B$  ;  $z_D = 3$ .  
Construire une figure et la compléter tout au long de l'exercice.
3. Montrer que les trois points A, B et C appartiennent à un même cercle de centre D dont on précisera le rayon.
4. Calculer  $\frac{z_C - 3}{z_A - 3}$ . En déduire la nature du triangle DAC.
5. (a) On note  $h$  l'application du plan complexe dans lui-même, qui à tout point M d'affixe  $z$  associe le point M' d'affixe  $z'$  tel que  $\overrightarrow{DM'} = 2\overrightarrow{DM}$ . Que peut-on dire de D, M et M' ? Exprimer  $z'$  en fonction de  $z$ .  
(b) Soit  $r$  l'application du plan complexe dans lui-même, telle que  $r(D) = D$  et qui à tout point M d'affixe  $z \neq z_D$  associe le point M<sub>1</sub> d'affixe  $z_1$  tel que DMM<sub>1</sub> soit un triangle rectangle, direct et isocèle en D.  
Montrer que pour tout  $z \in \mathbb{C}$ , on a  $z_1 = iz + 3 - 3i$ .  
(c) On appelle C' l'image de C par  $h$  et C'' l'image de C' par  $r$ . Montrer que les droites (AC) et (C'C'') sont perpendiculaires.