

Correction des exercices n°35 et 36^{c,d} page 287

n°35

$$\bullet \frac{3-i}{3+i} = \frac{(3-i)^2}{(3+i)(3-i)} = \frac{9-6i+\overbrace{i^2}^{-1}}{9-\underbrace{i^2}_{-1}} = \frac{8-6i}{10} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$$

$$\bullet \frac{1-5i}{2-i} = \frac{(1-5i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i-10i-\overbrace{5i^2}^{+5}}{2^2-\underbrace{i^2}_{+1}} = \frac{7-9i}{5} = \frac{7}{5} - \frac{9}{5}i$$

$$\bullet \frac{4}{i-1} - \frac{4}{i+1} = \frac{4(i+1)-4(i-1)}{(i-1)(i+1)} = \frac{4i+4-4i+4}{i^2-1^2} = \frac{8}{-2} = -4$$

$$\bullet \frac{-7}{(i+1)(2-i)} = \frac{-7}{2i-i^2+2-i} = \frac{-7}{3+i} = \frac{-7(3-i)}{3^2-i^2} = \frac{-21+7i}{10} = -2,1 + 0,7i$$

n°36

c) $\frac{4}{5} + \frac{2z}{3} = \frac{2i}{5} - iz$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} + i\right)z = -\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i}{\frac{2}{3} + i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-12 + 6i}{10 + 15i} \quad (\text{après avoir multiplié par 15 en haut et en bas})$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(-12 + 6i)(10 - 15i)}{10^2 + 15^2}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-120 + 180i + 60i - 90i^2}{325}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-30 + 240i}{325} = -\frac{6}{65} + \frac{48}{65}i$$

d) $\frac{z}{i-1} - i = \frac{z}{i+1} + i$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{i-1} - \frac{1}{i+1}\right)z = 2i$$

$$\Leftrightarrow \frac{i+1-(i-1)}{i^2-1^2}z = 2i$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{-2}z = 2i$$

$$\Leftrightarrow z = -2i$$

Remarque : Voici, une capture d'écran correspondant à la résolution du 36)c) avec *Xcas* :

