**Correction des exercices 38$^{a)b)d)}$ et 40$^{c)d)}$ page 52**

$\boxed{38^{a)}}$ On a $f = \dfrac{u}{v}$ avec $u : x \mapsto \sqrt{x}$ dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et $v : x \mapsto x^5$ dérivable sur $\mathbb{R}$. Comme $v$ ne s'annule pas sur $\mathbb{R}_+^*$, on déduit par quotient que $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et :

$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \times x^5 - \sqrt{x} \times 5x^4}{(x^5)^2} = \frac{x^4\sqrt{x} - 10x^4\sqrt{x}}{2x^{10}} = -\frac{9\sqrt{x}}{2x^6}.$$

$\boxed{38^{b)}}$ On a $f = uv$ avec $u : x \mapsto 2\sqrt{x}$ et $v : x \mapsto 1 + \sqrt{x}$. La fonction $u$ (resp. $v$) est dérivable par produit (resp. par somme) sur $\mathbb{R}_+^*$ donc $f$ est dérivable par produit sur $\mathbb{R}_+^*$ et $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = \underbrace{\left(2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)}_{u'(x)} \times \underbrace{(1 + \sqrt{x})}_{v(x)} + \underbrace{2\sqrt{x}}_{u(x)} \times \underbrace{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}_{v'(x)} = \dfrac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 1$ ,

d'où : $f'(x) = \dfrac{1 + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ .

$\boxed{38^{d)}}$ On a $f = -4 \times \dfrac{1}{u}$ avec $u : x \mapsto x^2 + 1$ dérivable et non nulle sur $\mathbb{R}$. Donc par produit et quotient, $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f' = -4 \times \left(\dfrac{-u'}{u^2}\right)$. D'où $f'(x) = -4 \times \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{8x}{(x^2+1)^2}$.

$\boxed{40^{c)}}$ On a $f = 8 \times \sqrt{u}$ avec $u : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}_+^*$. La fonction $f$ est donc dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et $f' = 8 \times \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, d'où $f'(x) = 8 \times \dfrac{-\frac{1}{x^2}}{2\sqrt{\frac{1}{x}}} = \dfrac{-\frac{4}{x^2}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = -\dfrac{4}{x\sqrt{x}}$.

$\boxed{40^{d)}}$ On a $f = uv$ avec $u : x \mapsto 2x$ et $v = \sqrt{w}$, où $w : x \mapsto 3x - 1$. La fonction $w$ est dérivable (par somme) et strictement positive sur l'intervalle $\left]\frac{1}{3}; +\infty\right[$ donc la fonction $v$ est dérivable sur $\left]\frac{1}{3}; +\infty\right[$ et $v' = \dfrac{w'}{2\sqrt{w}}$. Par conséquent, $f$ est dérivable sur $\left]\frac{1}{3}; +\infty\right[$ par produit et $f' = u'v + uv' = u'\sqrt{w} + u \times \dfrac{w'}{2\sqrt{w}}$, d'où $f'(x) = 2 \times \sqrt{3x-1} + 2x \times \dfrac{3}{2\sqrt{3x-1}}$, soit :

$$f'(x) = \frac{2\sqrt{3x-1}^2}{\sqrt{3x-1}} + \frac{3x}{\sqrt{3x-1}} = \frac{2(3x-1) + 3x}{\sqrt{3x-1}} = \frac{9x-2}{\sqrt{3x-1}}.$$