

L'usage de la calculatrice est autorisé (mais le prêt de calculatrice est interdit).

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf spécification contraire.

Exercice 1 : Formules de duplication et d'addition - équations trigonométriques

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

Soit a un nombre réel.

1) Exprimer à l'aide de $\cos a$ et $\sin a$ les expressions suivantes : $\cos\left(a + \frac{9\pi}{2}\right)$ $\sin\left(-a - \frac{\pi}{3}\right)$

2) Exprimer $\cos(2a)$ en fonction de $\cos a$, en déduire $\cos(4a)$ en fonction de $\cos a$.

3) À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'inéquation et l'équation suivantes :

$$\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 4\cos^2 x - 1 = 0$$

Exercice 2 : Dérivation et étude d'une fonction

Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto \frac{x^2 + 7}{x - 3}$

On note \mathcal{C}_f sa représentation graphique dans un repère.

1) a) Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité de f .

b) Démontrer que, pour tout x appartenant à l'ensemble de dérivabilité de f , $f'(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{(x - 3)^2}$

2) a) Établir le tableau de variations de f .

b) La fonction f admet-elle un minimum sur l'intervalle $[4; +\infty[$? Si oui, préciser en quelle valeur il est atteint.

3) a) Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C}_f en son point d'abscisse 1.

b) La courbe \mathcal{C}_f admet-elle une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$?

Exercice 3 : Vrai ou Faux ?

Pour chacune des affirmations suivantes, démontrer si elle est vraie ou fausse.

A - On donne ci-contre le tableau d'une fonction g .

La dérivée de la fonction g est négative sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	3	$+\infty$
variations de g			

B - La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto x^3 + 3x - 4$ est strictement monotone sur \mathbb{R} .

C - Si α est solution de l'équation $3\cos^2 x - 1 = 0$, alors $\pi + x$ est aussi solution de cette équation.

D - $\sin 2x = 1 \iff \sin x = \frac{1}{2}$

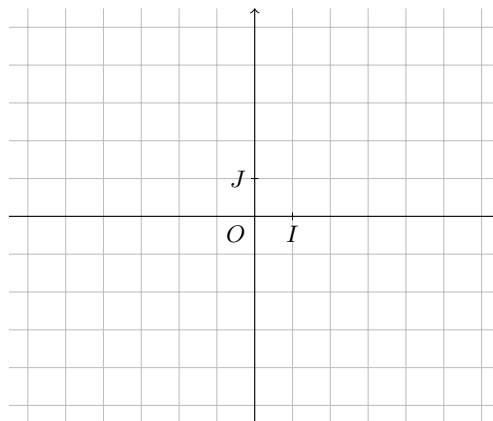
E - Les droites d_1 et d_2 d'équations respectives $y = -3x + 4$ et $-6x + 2y - 7 = 0$ sont parallèles.

Exercice 4 : Droites du plan

On rapporte le plan à un repère orthonormé (O, I, J) .

Soit d la droite d'équation $x - 2y + 4 = 0$.

- 1)
 - a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de d et des axes de coordonnées (OI) et (OJ) .
 - b) Tracer la droite d dans le repère ci-contre.
- 2) Soit la droite d' symétrique de la droite d par rapport à l'axe des abscisses.
 - a) Tracer la droite d' dans le repère ci-contre.
 - b) Déterminer une équation de d' .



Exercice 5 : Encore des questions de trigonométrie...

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

Soit α un nombre de l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, tel que $\sin \alpha = \frac{1}{6}$.

- 1)
 - a) Sans utiliser la calculatrice, déterminer $\cos \alpha$
 - b) Dans un repère orthonormé tracer le cercle trigonométrique \mathcal{C} .

Puis, placer avec précision les points de \mathcal{C} associés aux réels : $-\alpha$; $\pi - \alpha$ et $\frac{3\pi}{2} - \alpha$

- c) Calculer : $\cos(-\alpha)$; $\sin(\pi - \alpha)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

- 2) Exprimer en fonction de α l'ensemble des nombres réels x tels que $\sin x = -\frac{1}{6}$

Exercice 6 : Extrema, tangentes et position relative...

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

- 1) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R}_+ par $g : x \mapsto (2x - 1)\sqrt{x}$

La fonction g admet-elle un minimum en 1 ? Justifier.

- 2) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h : x \mapsto x + \frac{1}{x}$
On note \mathcal{C}_h sa représentation graphique dans un repère.

Déterminer une équation de la tangente T_1 à \mathcal{C}_h en son point d'abscisse 1.

Puis, déterminer la position relative de T_1 et \mathcal{C}_h .