

Ex 1: ① (d): $x - 4y - 5 = 0$

a) $A(1; -1)$ appartient à (d) ssi ses coordonnées sont solution de $x - 4y - 5 = 0$

$$\text{Or } 1 - 4(-1) - 5 = 5 - 5 = 0$$

Donc $A \in (d)$

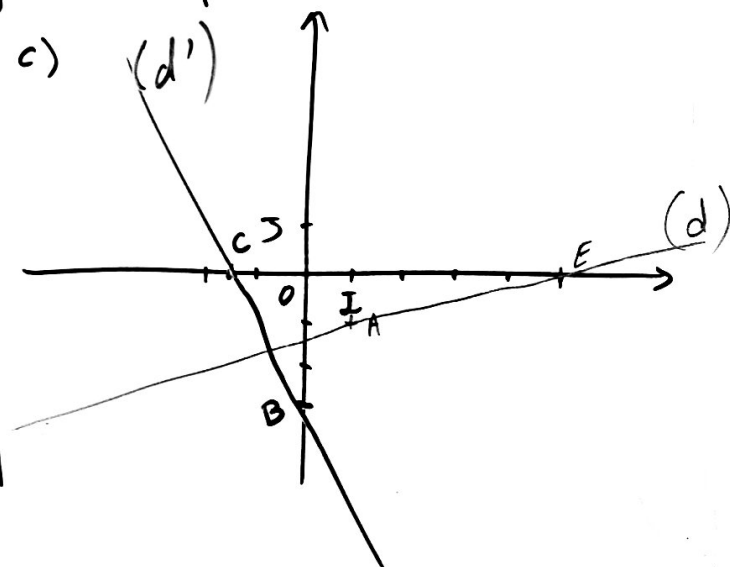
b) $E \in (d)$ et a pour abscisse $x_E = 5$
donc son ordonnée y_E vérifie:

$$5 - 4y_E - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4y_E = 0$$

$$\Leftrightarrow y_E = 0$$

Donc où $E(5; 0)$



② (d'): $2x + y + 3 = 0$

Si $x = 0$ alors $2 \times 0 + y + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow y = -3$$

Si $y = 0$ alors $2x + 0 + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Donc (d') coupe
l'axe des ordonnées
en $B(0; -3)$ et
coupe l'axe des abscisses
en $C(-\frac{3}{2}; 0)$

Ex 2: (d): $2x - 5y + 2 = 0$

1) $A(m; -\frac{1}{3}) \in (d)$ donc

$$2m - 5(-\frac{1}{3}) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + \frac{5}{3} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + \frac{11}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{11}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{11}{6} \quad \text{Donc } A\left(-\frac{11}{6}; -\frac{1}{3}\right)$$

2) $A(5m; 2m+1) \in (d)$ donc

$$2 \times 5m - 5(2m+1) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10m - 10m - 5 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3 = 0 \text{ impossible}$$

aucun point de (d) n'a des coordonnées de cette forme.

3) $A(0; m^2) \in (d)$ donc :

$$2 \times 0 - 5m^2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5m^2 = -2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ ou } -\sqrt{\frac{2}{5}}$$

Donc deux valeurs sont possibles pour le paramètre m , mais cela ne donne qu'une valeur possible pour $m^2 = \frac{2}{5}$.

$$A\left(0; \frac{2}{5}\right) \in (d)$$

4) $A(m^2-1; m) \in (d)$ donc :

$$2(m^2-1) - 5m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 2 - 5m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 5m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(2m-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ ou } 2m-5 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ ou } m = \frac{5}{2}$$

Deux valeurs sont possibles pour le paramètre m , ce qui correspond aux points :

$$A(-1; 0) \text{ et } A'\left(\frac{21}{4}; \frac{5}{2}\right)$$

Exercice 3

① Soit $\Pi(x, y)$ un point de d_1 . A est aussi un point de d_1 .

Donc un vecteur directeur de (d_1) est $\overrightarrow{AN} \begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix}$

$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de (d_1) , donc

$\vec{u}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow (x-4) \times 3 - (y+1) \times (-2) = 0$

$$\Leftrightarrow 3x - 12 + 2y + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2y - 10 = 0$$

Donc une équation car résidente de (d_1) est :

$$3x + 2y - 10 = 0$$

② (d_2) a pour équation $12x + 25y - 7 = 0$.

Si $x = 0$, alors $25y - 7 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{7}{25}$

Donc $B(0, \frac{7}{25}) \in d_2$
 $\vec{v} \begin{pmatrix} -25 \\ 12 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d_2 .

③ Un vecteur directeur de (AB) est $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Donc il existe un nombre réel c tel qu'une équation cartésienne de (AB) s'écrit : $x + y + c = 0$

Et $A(4, -1) \in (AB)$ donc $4 - 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -3$

D'où une équation cartésienne de (AB) : $x + y - 3 = 0$

Exercice 4

① (d) a pour équation cartésienne $-x + y - 3 = 0$, donc $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d) .

(d') a pour équation cartésienne $3x + y + 1 = 0$, donc $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d') .

$$(-1) \times 3 - (-1) \times (-1) = -3 - 1 = -4 \neq 0$$

Donc d'après le critère de colinéarité, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires et (d) n'est pas parallèle à (d')

③ (d'') est parallèle à (d') donc elles admettent le même vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur.

Soit $\Pi(x; y)$ un point du plan. (d') passe par $A(1; 7)$

$$\Pi \in (d'') \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-7 \end{pmatrix} \text{ est colinéaire à } \vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow 3(x-1) - (-1)(y-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3 + y - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0$$

Donc une équation de (d'') est $3x + y - 10 = 0$

Exercice 5

① Un vecteur directeur de (d_1) d'équation cartésienne $2x + y + 4 = 0$ est $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de (d_2) d'équation cartésienne $-x + 2y - 5 = 0$ est $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$(-1) \times (-1) - 2 \times (-2) = 1 + 4 = 5 \neq 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, donc (d_1) et (d_2) sont sécantes.

② Les coordonnées du point A commun à (d_1) et (d_2) sont solutions du système.

$$\begin{cases} 2x + y + 4 = 0 & (E_1) \\ -x + 2y - 5 = 0 & (E_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 4y + 4 - 10 = 0 \\ -4x - x - 8 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$(E_1 + 2i_2)$$

$$\begin{cases} 5y - 6 = 0 \\ -5x - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{5} \\ x = -\frac{13}{5} \end{cases}$$

$$\text{soit } A\left(-\frac{13}{5}; \frac{6}{5}\right)$$

[Penser à vérifier la solution à la calculatrice].