

AP 6 octobre 2016 : colinéarité, vecteurs directeurs

Exercice 3

① $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{KL} = -2 \vec{w}$ donc $\overrightarrow{KL}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires

donc L appartient à la droite (d_1) de vecteurs directeur $\vec{w}$ passant par K.

• $x_{\overrightarrow{KM}} y_{\vec{w}} - y_{\overrightarrow{KM}} x_{\vec{w}} = 2 \times -3 - 3 \times 2 = -12 \neq 0$

donc $\overrightarrow{KM}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires et M n'appartient pas à (d_1) .

②. $\overrightarrow{QR} \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ $x_{\overrightarrow{QR}} y_{\vec{v}} - y_{\overrightarrow{QR}} x_{\vec{v}} = (-4)(-5) - (-6) \times 0 = 20 \neq 0$

Donc $\overrightarrow{QR}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires. Donc (QR) et (d_2) ne sont pas parallèles.

• $x_{\overrightarrow{QR}} y_{\vec{v}} - y_{\overrightarrow{QR}} x_{\vec{v}} = -4 \times 3 - (-6) \times 6 = -36 + 36 = 0$

Donc $\overrightarrow{QR}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Donc (QR) est parallèle à la droite d_2 de vecteur directeur $\vec{v}$

Exercice 4

$f: x \mapsto 5x^2 - 9x - 2$ définie sur $\mathbb{R}$ est une fonction polynôme du second degré

discriminant: $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 81 + 40 = 121 > 0$

Donc f admet deux racines: $x_1 = \frac{9 - \sqrt{121}}{2 \times 5} = \frac{9 - 11}{10} = -0,2$

$$x_2 = \frac{9 + \sqrt{121}}{2 \times 5} = \frac{9 + 11}{10} = 2$$

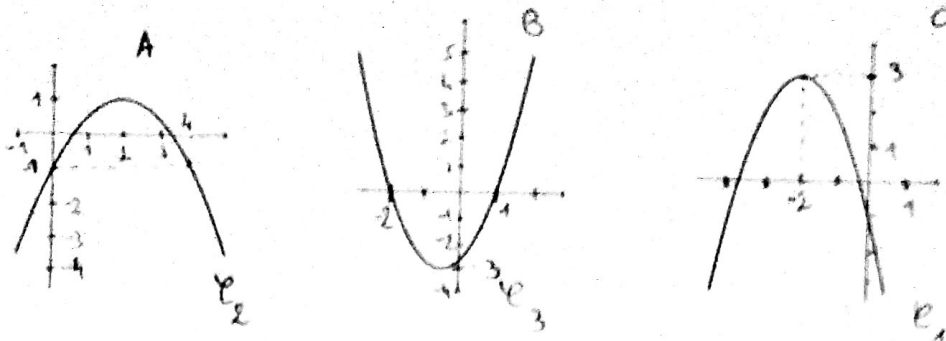
Le coefficient devant x^2 est $5 > 0$ donc f est positive sur $\mathbb{R} \setminus]-0,2; 2[$
 $=]-\infty; -0,2] \cup [2; +\infty[$

et f est négative sur $[-0,2; 2]$.

On peut aussi dresser un tableau de signes

soit $f: x$	$-\infty$	$-0,2$	2	$+\infty$	
f	$+$	0	$-$	0	$+$

Forme factorisée: quel que soit $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 5(x + 0,2)(x - 2)$



Exercice 5 Je nomme A, B, C les trois représentations graphiques données.

• L'équation de $\mathcal{C}_1$ est celle d'une parabole représentative de la fonction $x \mapsto -(x+2)^2 + 3$. Je reconnais une forme canonique.

J'en déduis que $\mathcal{C}_1$ a pour sommet le point de coordonnées $(-2, 3)$.

Le sommet de la parabole A a une abscisse positive et celui de B a une ordonnée négative, donc seul C peut être la représentation de $\mathcal{C}_1$.

Je place les coordonnées du sommet sur les axes et j'en déduis les graduations.

• L'équation de $\mathcal{C}_3$ est celle de la parabole représentative de $x \mapsto 4(x-1)(x+2)$. Je reconnais une forme factorisée. J'en déduis les racines de cette fonction : 1 et -2.

Sur A, la parabole coupe l'axe des abscisses en deux abscisses positive donc seule B peut être la représentation de $\mathcal{C}_3$.

Je déduis des racines les graduations sur l'axe des abscisses.

L'abscisse du sommet de $\mathcal{C}_3$ est au milieu des abscisses des deux racines :

$$\frac{-2+1}{2} = -0,5. \text{ Je calcule son ordonnée : } 4(-0,5-1)(-0,5+2) = 4(-1,5)(1,5) \\ = -4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{4 \times 3}{4} = -3$$

Je place -3 sur l'axe des ordonnées de B et j'en déduis les graduations sur l'axe des ordonnées.

• Finalement, $\mathcal{C}_2$ est représentée sur A.

Pour $x = 0$, $y = -\frac{1}{2} \times 0^2 + 2 \times 0 - 1 = -1$. J'en déduis les coordonnées sur l'axe des ordonnées.

$$\text{Pour } y = -1 \text{ j'ai } -1 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2 \left(-\frac{1}{2}x + 2 \right)$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } \frac{1}{2}x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -2 \times \left(\frac{2}{1} \right) = -4$$

J'en déduis que le point $(4, -1)$ est sur $\mathcal{C}_2$ et je peux graduer l'axe des abscisses.