

151 p 185

Soit ABC un triangle quelconque, d'aire non nulle
 Alors $(\vec{AB}, \vec{AC}) + (\vec{BC}, \vec{BA}) + (\vec{CA}, \vec{CB})$ (angles opposés par le sommet)
 $= (\vec{AB}, \vec{AC}) + (\vec{BC}, \vec{BA}) + (\vec{AC}, \vec{BC})$ (chasses)
 $= (\vec{AB}, \vec{BC}) + (\vec{BC}, \vec{BA})$ (chasses)
 $= (\vec{AB}, \vec{BA})$ (chasses)
 $= \pi + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

On a démontré la propriété suivante.

Pour tout triangle d'aire non nulle, il existe $k \in \mathbb{Z}$
 tel que la somme d'une mesure de chacun de ses
 trois angles orientés dans le même sens est égale
 à $\pi + 2k\pi$.

152 p 185

ABC est un triangle isocèle de sommet A , d'aire non nulle
 alors $(\vec{AB}, \vec{AC})$; $(\vec{BC}, \vec{BA})$ et $(\vec{CA}, \vec{CB})$ sont ses trois
 angles orientés dans le même sens.

① Une mesure de $(\vec{AB}, \vec{AC})$ est $\frac{2\pi}{5}$.

Se note α , une mesure de $(\vec{BC}, \vec{BA})$. ABC
 est isocèle de sommet A donc α est aussi une mesure
 de $(\vec{CA}, \vec{CB})$.

d'après l'exercice précédent, il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel
 que $\frac{2\pi}{5} + 2\alpha = \pi + 2k\pi$

$$\Leftrightarrow 2\alpha = \pi - \frac{2\pi}{5} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow 2\alpha = \frac{3\pi}{5} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{3\pi}{10} + k\pi$$

$$\frac{2\pi}{5} + \frac{3\pi}{10} + \frac{3\pi}{10} = \pi$$

Donc l'ensemble des mesures de $(\vec{BC}, \vec{BA})$ et de
 $(\vec{CA}, \vec{CB})$ est $\{ \frac{3\pi}{10} + 2k'\pi \mid k' \in \mathbb{Z} \}$

② Une mesure de $(\vec{BC}, \vec{BA})$ est $\frac{2\pi}{5}$.

ABC est isocèle de sommet A , donc une mesure de
 $(\vec{CA}, \vec{CB})$ est aussi $\frac{2\pi}{5}$.

d'après l'exercice 151, il existe $k \in \mathbb{Z}$
 tel qu'une mesure β de $(\vec{AB}, \vec{AC})$ vérifie.

$$2 \times \frac{2\pi}{5} + \beta = \pi + 2k\pi$$

$$\beta = \frac{\pi}{5} + 2k\pi$$

Donc l'ensemble des mesures de $(\vec{AB}, \vec{AC})$ est
 $\{ \frac{\pi}{5} + 2k'\pi \mid k' \in \mathbb{Z} \}$