Correction des exercices pour le 14/10 : Exercices 26 – 27 – 30 p 171 + ex 47 p 174

<u>Exercice 26 p 171 :</u>

$$\frac{10}{9}=\frac{80}{72} \text{ et } \frac{9}{8}=\frac{81}{72}, \text{donc } \frac{10}{9}\neq\frac{9}{8}$$

Romane a tort car les coefficients directeurs sont différents.

<u>Exercice 27 p 171 :</u>

a) $A(3;-1), B(5;1), C(8;6), D(6;4)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-3\\1-(-1)\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}6-8\\4-6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}$; les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
Les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

b) $A\left(\frac{1}{2};1\right), B\left(\frac{3}{2};3\right), C\left(-1;\frac{1}{4}\right), D\left(0;\frac{7}{4}\right)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\\3-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$

$$ab'-a'b=1\times\frac{3}{2}-2\times1=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}\neq0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont pas colinéaires.
Les droites (AB) et (CD) ne sont donc pas parallèles.

<u>Exercice 30 p 171 :</u>

$$d_1: 2x-5y+1=0 \text{ et } d_2: -4x+y-6=0$$

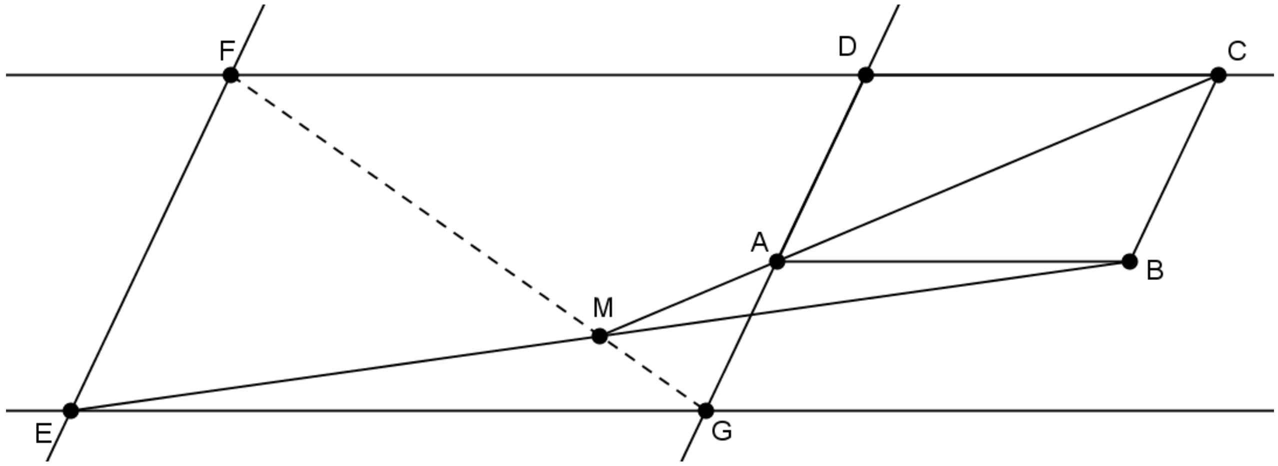
a) $ab'-a'b=2\times1-(-4)\times(-5)=2-20=-18\neq0$
Les droites d_1 et d_2 sont bien sécantes.

b) Notons $M(x;y)$ le point d'intersection cherché.
$(x;y)$ vérifie donc $\begin{cases}2x-5y+1=0\\-4x+y-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-5y=-1\\-4x+y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-5(4x+6)=-1\\y=4x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-18x-30=-1\\y=4x+6\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{29}{-18}\\y=4x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{29}{-18}\\y=4\times\left(\frac{29}{-18}\right)+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{29}{-18}\\y=\frac{4}{9}\end{cases}$$

Le point d'intersection de d_1 et d_2 a pour coordonnées : $\left(\frac{29}{-18};\frac{4}{9}\right)$.

Exercice 47 p 174 :



Rappel : Les coordonnées $(x; y)$ d'un point H dans le repère $\left(A;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$ sont les uniques réels tels que $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$.

a) Avec la relation de Chasles (RdC), on obtient :

$$\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = -\frac{2}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right)$$

Comme ABCD est un parallélogramme, on obtient :

$$\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$$

Les coordonnées du point M dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$ sont : $\left(-\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

b) E est le symétrique de B par rapport à M, donc $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{BM}$.

Or, $\overrightarrow{ME}\begin{pmatrix} x_E - x_M \\ y_E - y_M \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{ME}\begin{pmatrix} x_E - \left(-\frac{2}{5}\right) \\ y_E - \left(-\frac{2}{5}\right) \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{ME}\begin{pmatrix} x_E + \frac{2}{5} \\ y_E + \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} -\frac{2}{5} - 1 \\ -\frac{2}{5} - 0 \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$

On obtient donc :

$\begin{cases} x_E + \frac{2}{5} = -\frac{7}{5} \\ y_E + \frac{2}{5} = -\frac{2}{5} \end{cases}$, soit $x_E = -\frac{9}{5}$ et $y_E = -\frac{4}{5}$.

Les coordonnées du point E sont : $\left(-\frac{9}{5}; -\frac{4}{5}\right)$.

Comme (EF) est parallèle à (AD), $x_F = x_E = -\frac{9}{5}$ et comme F appartient à la droite (DC) parallèle à (AB), $y_F = y_D = 1$.

Les coordonnées de F sont $\left(-\frac{9}{5}; 1\right)$.

Comme G appartient à la droite (AD), $x_G = 0$, et comme (EG) est parallèle à (AB), $y_G = y_E = -\frac{4}{5}$.

Les coordonnées de G sont $\left(0; -\frac{4}{5}\right)$.

c) $\overrightarrow{FM}\begin{pmatrix} x_M - x_F \\ y_M - y_F \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{FM}\begin{pmatrix} -\frac{2}{5} - \left(-\frac{9}{5}\right) \\ -\frac{2}{5} - 1 \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{FM}\begin{pmatrix} \frac{7}{5} \\ -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix} x_G - x_F \\ y_G - y_F \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix} 0 - \left(-\frac{9}{5}\right) \\ -\frac{4}{5} - 1 \end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$

$$ab' - a'b = \frac{7}{5} \times \left(-\frac{9}{5}\right) - \left(-\frac{7}{5}\right) \times \frac{9}{5} = \frac{63}{25} - \frac{63}{25} = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{FM}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires. Les points F, M et G sont donc alignés.