CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 9

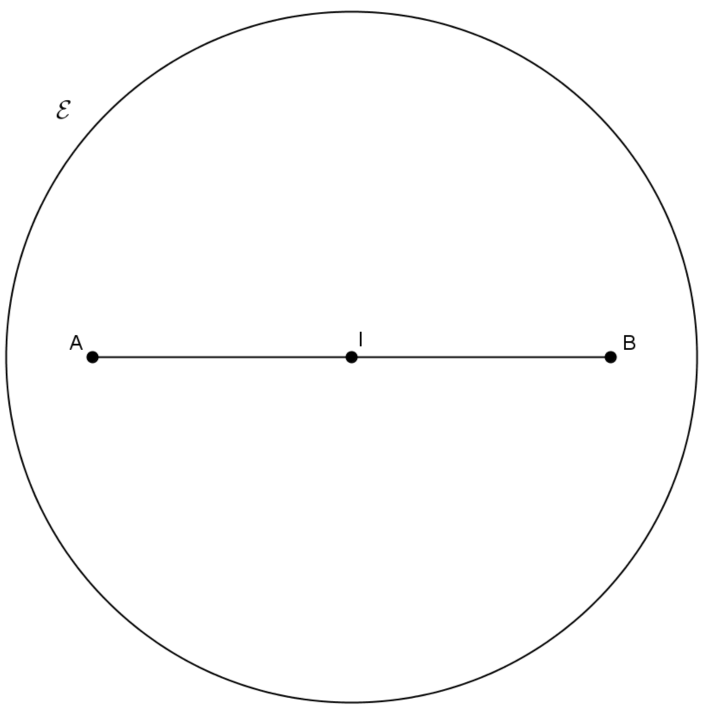
Exercice 1 (ex 56 p 244) :

1. On note $\mathscr{E}$ l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=7$.

a) Pour tout point M du plan,
$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=MI^2+\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}$
$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=MI^2+\overrightarrow{MI}\cdot\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA}\right)-IA\times IB$, car I est la milieu de $[AB]$.
Or, $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{0}$, donc $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=MI^2-IA^2$.

b) On obtient donc :
$M\in\mathscr{E}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=7\Leftrightarrow MI^2-IA^2=7$.
Comme $AB=6$, $IA=3$, et $M\in\mathscr{E}\Leftrightarrow MI^2=IA^2+7=16$.

c) D'après les deux questions précédentes, $M\in\mathscr{E}\Leftrightarrow MI=4$.
L'ensemble $\mathscr{E}$ est donc le cercle de centre I et de rayon 4.

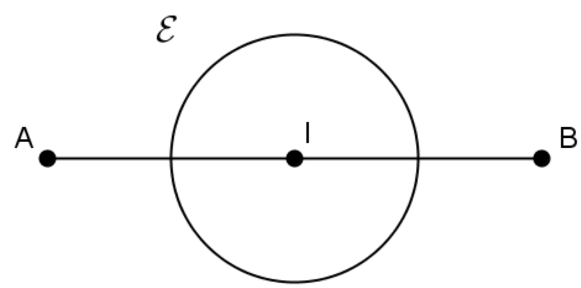


2. On note $\mathscr{F}$ l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=-10$.
Raisonnons de la même façon.
D'après ce qui précède, pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=MI^2-IA^2$, donc
$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=-10\Leftrightarrow MI^2-IA^2=-10\Leftrightarrow MI^2=IA^2-10=-1$.
Comme $MI^2=-1$ est impossible, l'ensemble $\mathscr{F}$ est l'ensemble vide.

Exercice 2 (ex 57 p 244) :

On note $\mathscr{E}$ l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 10$.

1. **1.** D'après le théorème de la médiane, pour tout point M du plan, $MA^2+MB^2 = 2MI^2+\dfrac{AB^2}{2}$, donc
   $MA^2 + MB^2 = 10 \Leftrightarrow 2MI^2 + \dfrac{AB^2}{2} = 10 \Leftrightarrow 2MI^2 = 10 - \dfrac{16}{2} = 2 \Leftrightarrow MI^2 = 1$.
   On a donc bien $M \in \mathscr{E} \Leftrightarrow MI^2 = 1$.
2. **2.** D'après la question précédente, on obtient :
   $M \in \mathscr{E} \Leftrightarrow MI = 1$.
   L'ensemble $\mathscr{E}$ est donc le cercle de centre I et de rayon 1.



Exercice 3 :

1) a) Voir le fichier joint.
   b) Voir le fichier joint.
2) a) Voir le fichier joint.
   b) Voir le fichier joint.
   c) On obtient les résultats suivants :

Population		Critère	Q1	Me	Q3	Q3 - Q1		Moyenne	Ecart-type
16									
18		Totalité	236	464	1 128	892		1 659	4 507
19									
32		P<50 000	236	463	1 126	890		1 575	3 756
33									
36		50<P<30 000	241	466	1 125	885		1 422	2 759
38									
42		50<P<15 000	238	463	1 084	846		1 268	2 127
44									
46									
49									
54									

   La médiane et les quartiles évoluent peu entre les différents cas (mis à part dans le dernier cas, où le troisième quartile est inférieur à celui des autres cas).

   Ces paramètres sont peu sensibles à la suppression de quelques valeurs extrêmes.

   d) Au contraire, la moyenne et l'écart-type varient énormément entre les quatre cas.

3) La population médiane pour les communes du Nord est de 464 habitants. Au moins la moitié des communes ont une population inférieure ou égale à 464 habitants et au moins la moitié des communes ont une population de supérieure ou égale à 464.

   Au moins un quart des communes a une population inférieure ou égale à 236 habitants et au moins un quart a une population supérieure ou égale à 1128 habitants.

   Au moins la moitié des communes a une population comprise entre 236 et 1128 habitants.

4) Le couple (moyenne ; écart-type) est inadapté à la situation.

   A contrario, le couple (médiane ; écart interquartile) donne une meilleure information sur la répartition des communes (voir question 3)).

   Ce couple étant moins sensible aux valeurs extrêmes, on a une meilleure idée de la population par commune dans ce département.